PENENTUAN HARGA OPSI BELI ATAS SAHAM PT. ANTAM (PERSERO) MENGGUNAKAN MODEL BINOMIAL FUZZY

Agung Prabowo[1),],
Zulfatul Mukarromah[2),],
Lisnawati[3)]
Pramono Sidi[4)]
[1,2,3)] FMIPA, Universitas Jenderal Soedirman
[4)] FMIPA, Universitas Terbuka
e-mail: agung_nghp@yahoo.com; agung.prabowo@unsoed.ac.id

ABSTRACT

Option is a financial instrument where price depends on the underlying stock price. The pricing of options, both selling options and purchase options, may use the CRR (Cox-Ross-Rubinstein) binomial model. Only two possible parameters were used that is u if the stock price rises and d when the stock price down. One of the elements that determine option prices is volatility. In the binomial model CRR volatility is constant. In fact, the financial market price of stocks fluctuates so that volatility also fluctuates. This article discusses volatility of fluctuating stock price movements by modeling it using binomial fuzzy with triangular curve representation. The analysis is carried out in relation to the existence of three interpretations of the triangular curve representation resulting in different degrees of membership. In addition to volatility, this study added the size or risk level ρ. As an illustration, this study used stock price movement data from PT. Antam (Persero) from August 2015 until July 2016. The results of one period obtained from the purchase price option for August 2016 with the largest volatility, medium and smallest respectively were Rp.143,43, Rp.95,49, and Rp.79,00. There was calculated at the risk level of ρ = 90%. The degree of membership for each option price varies depending on the interpretation of the triangle curve representation.

Keywords: fuzzy binomial model, fuzzy call optiom, fuzzy volatility, risk measure, triangular fuzzy curve representation

ABSTRAK

Opsi merupakan instrumen keuangan yang harganya tergantung pada harga saham yang mendasarinya. Penentuan harga opsi, baik opsi jual maupun opsi beli dapat menggunakan model binomial CRR (*Cox-Ross-Rubinstein*). Dalam model ini hanya dimungkinkan adanya dua parameter yaitu *u* apabila harga saham naik dan *d* pada saat harga saham turun. Salah satu unsur yang menentukan harga opsi adalah volatilitas. Dalam model binomial CRR digunakan volatilitas yang bersifat konstan. Padahal, pada pasar keuangan pergerakan harga saham mengalami fluktuasi sehingga volatilitas juga menjadi fluktuatif. Artikel ini membahas volatilitas pergerakan harga saham yang fluktuatif dengan memodelkannya menggunakan binomial fuzzy dengan representasi kurva segitiga. Analisis dilakukan terkait dengan adanya tiga interpretasi terhadap representasi kurva segitiga tersebut yang menghasilkan derajat keanggotaan yang berbeda. Selain volatilitas, dalam penelitian ini ditambahkan ukuran atau tingkat risiko *ρ*. Sebagai ilustrasi, digunakan data pergerakan harga saham PT. Antam (Persero) dari Agustus 2015 hingga Juli 2016. Hasil penelitian dengan perhitungan satu periode diperoleh hasil harga opsi beli untuk bulan Agustus 2016 dengan volatilitas terbesar, menengah, dan terkecil masing-masing adalah Rp.143,43, Rp.95,49, dan Rp.79,00 yang dihitung pada tingkat risiko ρ = 90%. Derajat keanggotaan untuk masing-masing harga opsi berbeda-beda tergantung pada interpretasi dari representasi kurva segitiga.

Kata kunci: model binomial fuzzy, opsi beli fuzzy, ukuran risiko, volatilitas fuzzy, represenstasi kurva fuzzy segitiga

Penentuan harga opsi, baik opsi jual maupun opsi beli dapat dilakukan dengan model binomial yang bersifat diskrit. Model binomial ini lebih dikenal dengan nama binomial CRR (*Cox Ross Rubinstein*) yang dirumuskan dalam Cox, Ross dan Rubinstein (1979*).* Prawirasti (2016) menggunakan model binomial CRR untuk menentukan harga opsi jual pada data pergerakan harga saham PT. Telekomunikasi Indonesia (Persero). Dalam perhitungan harga opsi ini, digunakan volatilitas pergerakan harga saham yang bernilai konstan sehingga kenaikan dan penurunan harga saham dan harga opsi terjadi secara tegas, masing-masing dengan derajat keanggotaan sama dengan 1.

Sementara itu, Yu, Huarng, Li, and Chen (2011) menggunakan konsep fuzzy untuk menghitung harga opsi beli pada opsi Eropa dengan fungsi keanggotaan segitiga. Penentuan harga opsi jual dengan volatilitas fuzzy dan fungsi keanggotaan segitiga telah dikerjakan oleh Lisnawati (2017) untuk kasus opsi Eropa. Parameter harga opsi yang didisain secara fuzzy pada Yu, Huarng, Li, and Chen (2011) dan Lisnawati (2017) adalah parameter volatilitas pergerakan harga saham menggunakan fungsi keanggotaan segitiga. Penggunaan fuzzy mengakibatkan harga opsi yang diperoleh mempunyai derajat keanggotaan antara 0 sampai 1. Penggunaan fuzzy juga ditemukan pada masalah optimisasi portofolio. Harga opsi yang dihitung dengan model binomial fuzzy lebih cepat konvergen pada harga opsi yang dihitung dengan model Black-Scholes, dibandingkan dengan harga opsi yang dihitung menggunakan model Binomial CRR (Yu, Huarng, Li, and Chen, 2011).

Yu, Huarng, Li, and Chen (2011) menggunakan representasi kurva segitiga dengan derajat keanggotaan yang sama nilainya untuk setiap ukuran risiko yang digunakan, demikian juga dengan Lisnawati (2017). Untuk itu, dalam artikel ini digunakan representasi kurva segitiga yang memberikan nilai derajat keanggotaan tidak lagi konstan dengan cara memberikan perumusan dan deskripsi fungsi keanggotaan dalam tiga interpretasi. Penggunaan fuzzy dengan fungsi keanggotaan segitiga simetris memberikan volatilitas yang tidak lagi konstan, namun beragam tergantung pada ukuran/tingkat risiko yang digunakan. Untuk mengetahui tingkat sensitivitas, dipilih tiga jenis ukuran risiko yaitu sangat rendah, sedang, dan sangat tinggi. Ketiga ukuran risiko ini mewakili tiga karakteristik investor (*risk averter*, *risk neutral*, dan *risk lover*).

METODE

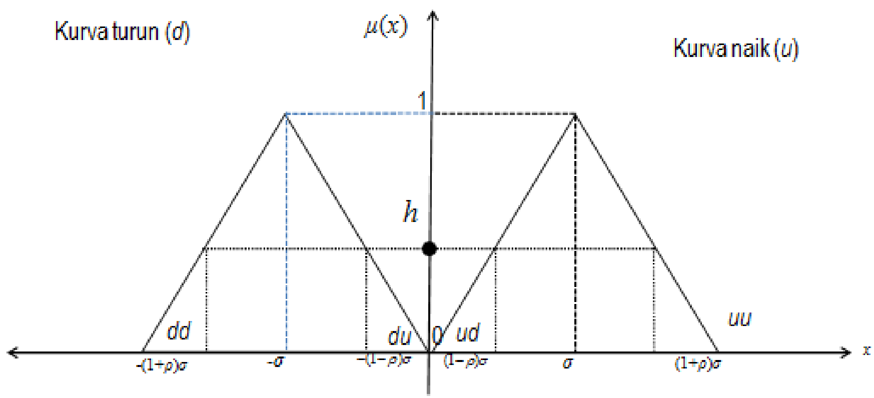
Artikel penelitian ini diselesaikan menggunakan studi literatur dan studi kasus. Pada studi kasus digunakan data sekunder yang diperoleh dari www.antam.com. Data berupa pergerakan harga saham PT. Antam (Persero) selama satu tahun, dari Agustus 2015 hingga Juli 2016. Perhitungan harga opsi beli tipe Eropa diselesaikan untuk satu periode dari t_0 sampai t_1, menggunakan model binomial fuzzy berbantuan *software* Microsoft Excel 2010. Diasumsikan bahwa perdagangan saham

PT. Antam (Persero) menyertakan juga perdagangan opsi dan pada interval waktu yang dipilih (Agustus 2015 hingga Juli 2016) PT. Antam (Persero) tidak memberikan dividen kepada para pemegang sahamnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Representasi Kurva Segitiga dengan Derajat Keanggotaan Bernilai Sama

Parameter volatilitas pada model binomial fuzzy dapat dinyatakan menggunakan representasi kurva segitiga simetris pada Gambar 1 (Yu, Huarng, Li, and Chen 2011). Gambar 1 bagian kanan dari sumbu tegak $\mu(x)$ adalah model volatilitas untuk harga saham yang mengalami kenaikan. Gambar 1 bagian kiri sebaliknya.



Gambar 1. Kurva segitiga *fuzzy* untuk pergerakan harga saham naik (kanan) dan turun (kiri)

Selanjutnya, fungsi keanggotaan representasi kurva segitiga *fuzzy* untuk pergerakan harga saham yang naik diberikan pada persamaan (1).

$$\mu(x)=\begin{cases} 0 & ;\ x<(1-\rho)\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\dfrac{x-\sigma}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ (1-\rho)\sigma\le x<\sigma \\ 1 & ;\ x=\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\dfrac{\sigma-x}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ \sigma<x\le(1+\rho)\sigma \\ 0 & ;\ x>(1+\rho)\sigma \end{cases} \tag{1}$$

dengan nilai h dapat dipilih sebarang pada $0\le h\le 1$.

Persamaan linear pada persamaan (1) yang derajat keanggotaannya selain 0 dan 1 diperoleh dari hubungan dua buah titik $((1+\rho)\cdot\sigma,h)$ dan $(\sigma,1)$. Gradien kedua persamaan linear tersebut adalah 1 untuk interval $(1-\rho)\sigma \le x < \sigma$ dan -1 untuk $\sigma < x \le (1+\rho)\sigma$. Persamaan berbeda yaitu $\mu(x) = \mu^{(1)}(x) = \frac{hx}{(1+\rho)\cdot\sigma}$ pada interval $(1-\rho)\sigma \le x < \sigma$ diperoleh dari hubungan dua buah titik $(0,0)$ dan $((1+\rho)\cdot\sigma, h)$. Baik $\mu^{(1)}(x) = \frac{hx}{(1+\rho)\cdot\sigma}$ maupun $\mu^{(1)}(x) = (1-h)\cdot\left(\frac{x-\sigma}{\rho\sigma}\right)+1$ keduanya memberikan hasil yang sama untuk nilai ρ yang sama.

Pada model binomial CRR berlaku $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$. Dengan mengombinasikan parameter *u* dengan kurva segitiga *fuzzy* pada Gambar 1 diperoleh parameter untuk model binomial fuzzy

$$uu = e^{(1+\rho)\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad um = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \text{ dan } \quad ud = e^{(1-\rho)\sigma\sqrt{\Delta t}} \tag{2}$$

dengan

uu : parameter kenaikan harga yang memiliki volatilitas terbesar

um : parameter kenaikan harga yang memiliki volatilitas menengah

ud : parameter kenaikan harga yang memiliki volatilitas terkecil

ρ : ukuran risiko, dengan $0\ \% \le \rho \le 100\%$ (Zulfikar, 2016: 265).

$\Delta t = \frac{T}{p}$, dengan $T = \frac{1}{12}$ = 0,083333, dan *p* = 1, 2, 3, …. menyatakan banyaknya periode.

Selanjutnya, fungsi keanggotaan representasi kurva segitiga *fuzzy* untuk pergerakan harga saham yang turun diberikan pada persamaan (3).

$$\mu(x) = \mu^{(1)}(x) = \begin{cases} 0 & ;\ x < -(1+\rho)\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\frac{x+\sigma}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ -(1+\rho)\sigma \le x < -\sigma \\ 1 & ;\ x = -\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\frac{-\sigma-x}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ -\sigma < x \le -(1-\rho)\sigma \\ 0 & ;\ x > -(1-\rho)\sigma \end{cases} \tag{3}$$

Nilai volatilitas (σ) akan selalu positif. Munculnya $-\sigma$ disebabkan nilai yang saling invers sehingga $-\sigma = \sigma^{-1}$. Sifat saling invers menyebabkan

$$du = \frac{1}{uu},\ dm = \frac{1}{um}, \text{ dan } dd = \frac{1}{ud} \tag{4}$$

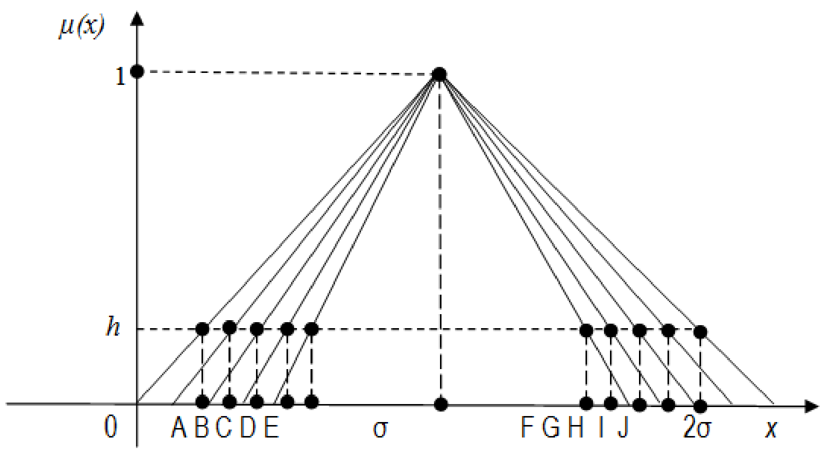
sehingga diperoleh:

$$du = e^{-(1-\rho)\sigma\sqrt{\Delta t}},\ dm = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, \text{ dan } dd = e^{-(1+\rho)\sigma\sqrt{\Delta t}} \tag{5}$$

du : parameter penurunan harga yang memiliki volatilitas terbesar
dm : parameter penurunan harga yang memiliki volatilitas menengah

dd : parameter penurunan harga yang memiliki volatilitas terkecil

Pada Gambar 1, derajat keanggotaannya dimisalkan dengan h yang dapat dipilih sebarang pada $0 \leq h \leq 1$. Besarnya derajat keanggotaan h tidak tergantung pada ukuran risiko ρ yang digunakan. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 2. Pada kasus harga saham yang menurun, besarnya derajat keanggotaan juga tidak tergantung pada ukuran risiko yang digunakan.



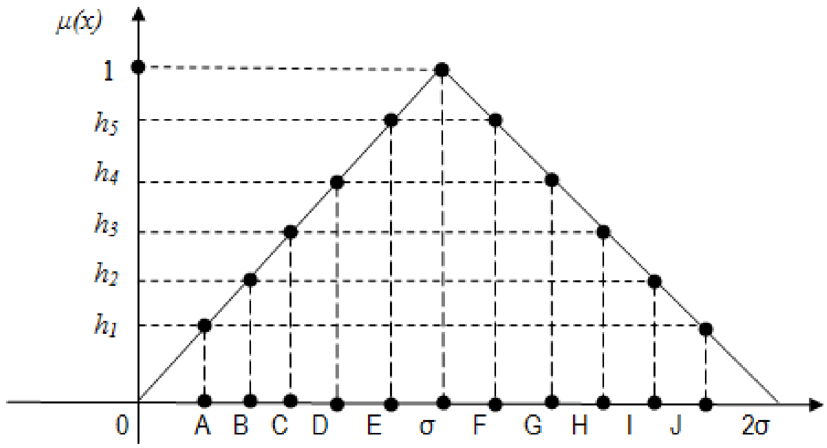
Gambar 2. Besar derajat keanggotaan sama untuk setiap ukuran risiko yang digunakan

Titik A, B, C, D dan E pada Gambar 2 berturut-turut adalah $(1-\rho_5)\cdot\sigma$. $(1-\rho_4)\cdot\sigma$, $(1-\rho_3)\cdot\sigma$, $(1-\rho_2)\cdot\sigma$ dan $(1-\rho_1)\cdot\sigma$. Selanjutnya, titik-titik F, G, H, I dan J berturut-turut adalah $(1+\rho_1)\cdot\sigma$. $(1+\rho_2)\cdot\sigma$, $(1+\rho_3)\cdot\sigma$, $(1+\rho_4)\cdot\sigma$ dan $(1+\rho_5)\cdot\sigma$, dengan $0 \leq \rho_1 < \rho_2 < \rho_3 < \rho_4 < \rho_5 \leq 1$. Untuk setiap titik, derajat keanggotaannya sama, yaitu h, dengan $0 \leq h \leq 1$. Dengan demikian, nilai derajat keanggotaan $\mu(x)$ pada persamaan (1) dan (3) adalah sama pada interval-interval yang nilai $\mu(x)$ selain 0 dan 1.

Representasi Kurva Segitiga dengan Derajat Keanggotaan sebagai Fungsi dari Ukuran Risiko

Persamaan (1) dan (3) dapat diberikan interpretasi yang berbeda, yaitu besarnya derajat keanggotaan merupakan fungsi dari ukuran risiko. Artinya, ukuran-ukuran risiko yang berbeda akan memberikan derajat keanggotaan yang besarnya berbeda. Kondisi ini dapat diilustrasikan pada Gambar 3.

Titik A, B, C, D dan E berturut-turut adalah $(1-\rho_5)\cdot\sigma$. $(1-\rho_4)\cdot\sigma$, $(1-\rho_3)\cdot\sigma$, $(1-\rho_2)\cdot\sigma$ dan $(1-\rho_1)\cdot\sigma$. Selanjutnya, titik-titik F, G, H, I dan J berturut-turut adalah $(1+\rho_1)\cdot\sigma$. $(1+\rho_2)\cdot\sigma$, $(1+\rho_3)\cdot\sigma$, $(1+\rho_4)\cdot\sigma$ dan $(1+\rho_5)\cdot\sigma$, dengan $0 \leq \rho_1 < \rho_2 < \rho_3 < \rho_4 < \rho_5 \leq 1$. Sedangkan pada sumbu tegak $0 \leq h_1 < h_2 < h_3 < h_4 < h_5 \leq 1$. Ilustrasi ini menjelaskan bahwa ukuran risiko menentukan besarnya derajat keanggotaan. Semakin besar ukuran risiko maka derajat keanggotaan akan semakin kecil.



Gambar 3. Besar derajat keanggotaan berbeda-beda untuk setiap ukuran risiko yang digunakan

Terkait dengan hal tersebut, persamaan (1) dan (3) akan dinyatakan dengan $\mu^{(2)}(x)$ dan diberikan pada persamaan (6) dan (7).

$$\mu(x) = \mu^{(2)}(x) = \begin{cases} 0 & ;\ x < (1-\rho)\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\dfrac{x-\sigma}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ (1-\rho)\sigma \leq x < \sigma \\ 1 & ;\ x = \sigma \\ (1-h)\cdot\left(\dfrac{\sigma-x}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ \sigma < x \leq (1+\rho)\sigma \\ 0 & ;\ x > (1+\rho)\sigma \end{cases} \tag{6}$$

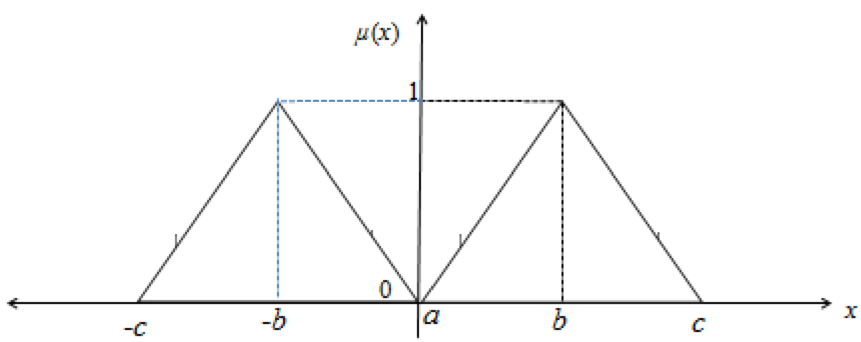
$$\mu(x) = \mu^{(2)}(x) = \begin{cases} 0 & ;\ x < -(1+\rho)\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\dfrac{x+\sigma}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ -(1+\rho)\sigma \leq x < -\sigma \\ 1 & ;\ x = -\sigma \\ (1-h)\cdot\left(\dfrac{-\sigma-x}{\rho\sigma}\right)+1 & ;\ -\sigma < x \leq -(1-\rho)\sigma \\ 0 & ;\ x > -(1-\rho)\sigma \end{cases} \tag{7}$$

Representasi Kurva Segitiga dengan Derajat Keanggotaan sebagai Hubungan Linear dengan Ukuran Risiko

Cara berbeda untuk menyatakan persamaan (1) dan (3) adalah dengan menggunakan hubungan linear antara ukuran risiko dengan fungsi derajat keanggotaan. Oleh karena ukuran risiko bernilai $0 \leq \rho \leq 1$ dan derajat keanggotaan juga mempunyai nilai pada interval yang sama, yaitu $0 \leq \mu(x) \leq 1$, maka setiap kenaikan ukuran risiko sebesar a akan menyebabkan penurunan sebesar a pada nilai derajat keanggotaannya. Hal ini disebabkan persamaan linear pada fungsi derajat keanggotaan yang nilainya selain 0 dan 1, mempunyai gradien 1 atau -1. Dalam persamaan garis linier dengan gardien 1 atau -1 berlaku $y = x$ atau $y = -x$. Ukuran risiko dan derajat keanggotaan mempunyai hubungan berbanding terbalik.

Hubungan berbanding terbalik ini, pada grafik kurva yang menurun (gradien -1) dilihat dari arah kanan ke kiri. Sebagai contoh, jika dipilih ρ = 0,10 maka nilai derajat keanggotaannya adalah μ = 0,9 dan jika dipilih ρ = 0,30 maka nilai derajat keanggotaannya adalah μ = 0,7. Jadi, jika ukuran risiko bertambah maka derajat keanggotaan menurun. Hubungan berbanding terbalik ini memenuhi $\mu + \rho = 1$.

Dengan memperhatikan grafik kurva linear pada Gambar 3 bagian kanan, persamaan linear yang diperoleh adalah $y = -x$ atau $y + x = 1$ sehingga berlaku hubungan jumlahan dari derajat keanggotaan dan ukuran risiko sama dengan 1 atau $\mu + \rho = 1$. Persamaan derajat keanggotaan untuk menyatakan hubungan tersebut dapat diturunkan dari Gambar 4.



Gambar 4. Kurva segitiga *fuzzy* untuk pergerakan harga saham naik (kanan) dan turun (kiri)

Dari Gambar 4 diperoleh persamaan (8) dan (9) yang akan dinyatakan dengan $\mu^{(3)}(x)$. Persamaan (8) diperoleh dari rumus persamaan linear jika diketahui dua buah titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), yaitu $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$. Dengan menggunakan dua buah koordinat titik $(a, 0)$ dan $(b, 1)$ diperoleh persamaan (8) baris kedua. Dari titik-titik dengan koordinat $(b, 1)$ dan $(c, 0)$ diperoleh persamaan (8) baris keempat.

$$\mu(x)=\mu^{(3)}(x)=\begin{cases} 0 & ;\ x<a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & ;\ a\le x=(1-\rho)\cdot\sigma<b \\ 1 & ;\ x=b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & ;\ b<x=(1+\rho)\cdot\sigma\le c \\ 0 & ;\ x>c \end{cases} \tag{8}$$

Sedangkan untuk representasi harga saham yang menurun, fungsi derajat keanggotaannya diberikan pada persamaan (9).

$$\mu(x)=\mu^{(3)}(x)=\begin{cases} 0 & ;\ x>a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & ;\ -b<x=(1-\rho)\cdot\sigma\le a \\ 1 & ;\ x=-b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & ;\ -b<x=(1+\rho)\cdot\sigma\le -c \\ 0 & ;\ x<-c \end{cases} \tag{9}$$

Volatilitas Harga Saham

Pada opsi beli, harga saham diprediksikan bergerak naik. Volatilitas merupakan variabel penting yang terlibat dalam perhitungan harga opsi. Nilai volatilitas harga saham dihitung sebagai berikut:

1. Menghitung log natural dari *return* R_t pada saat *t* dengan rumus $R_t=\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right),\ 0\le R_t<1$ (Capinski dan Zastawniak 2003: 52) dengan S_t : harga saham pada saat *t*. Syarat $0\le R_t\le 1$ menyebabkan R_t ditetapkan bernilai 0 untuk $ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$ yang bernilai negatif. Hasil perhitungan *return* R_t untuk $t=1,2,....,12$ diberikan pada Tabel 1. Untuk $t=0$ digunakan harga pembukaan.
2. Menghitung rata-rata *return* $\bar{R}=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}R_t$, diperoleh $\bar{R}=0,094715708$

Tabel 1. Nilai *Return* untuk Pergerakan Harga Saham PT. Antam (Persero) Berdasarkan Harga *Adj Close*

t	Tanggal	*Adj Close* (Rupiah)	*Return* R_t
0	1/08/2015	475	-
1	1/08/2015	500	0,051293294
2	1/09/2015	486	0

Tabel 1. *Lanjutan*

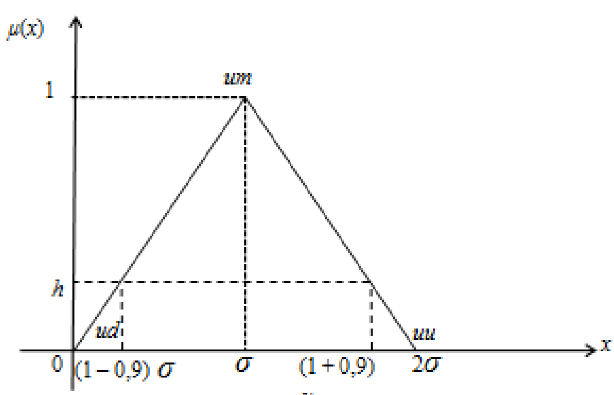
t	Tanggal	*Adj Close* (Rupiah)	*Return* R_t
3	1/10/2015	378	0
4	2/11/2015	315	0
5	1/12/2015	314	0
6	4/01/2016	329	0,046664765
7	1/02/2016	364	0,109199292
8	1/03/2016	464	0,242730685
9	1/04/2016	760	0,493433881
10	2/05/2016	650	0
11	1/06/2016	725	0,109199292
12	1/07/2016	795	0,09217046

3. Menghitung variansi *return* $s = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(R_t - \overline{R}\right)^2$, diperoleh s^2 = 0,020926482.
4. Menghitung volatilitas tahunan $\sigma = \sqrt{k \times s^2}$, dengan *p* banyaknya perdagangan dalam satu tahun ($k = 12$ bulan). Jadi, volatilitas tahunan untuk pergerakan harga saham PT. Antam (Persero) dari Agustus 2015 sampai Juli 2016 adalah σ= 0,501116538.

Harga Opsi Beli Fuzzy untuk 1 Periode

Berikut ini ditampilkan perhitungan harga opsi beli *fuzzy* untuk *n* = 1 periode, atau dari *t* = 0 ke *t* = 1. Rentang derajat keanggotaan himpunan fuzzy adalah 0 sampai 1. Derajat keanggotaan ini memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan untuk melakukan eksekusi terhadap harga opsi.

Gambar 5 menyatakan derajat keanggotaan akibat pergeseran interval volatilitas untuk ukuran risiko yang dipilih yaitu sebesar $\rho = 90\%$ untuk harga saham yang mengalami kenaikan. Akibatnya terjadi pergeseran interval dari σ ke kanan dan ke kiri sebesar 0,90 seperti terlihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Derajat keanggotaan kurva segitiga *fuzzy* untuk pergerakan harga naik dengan ρ= 90%

Dari persamaan (1), untuk sebarang nilai h yang dipilih, diperoleh derajat keanggotaan untuk $\mu^{(1)}(uu)=h$ yang tercapai pada saat $x=(1+\rho)\cdot\sigma=(1+0{,}90)\cdot\sigma$, $\mu^{(1)}(ud)=h$ yang tercapai pada saat $x=(1-\rho)\cdot\sigma=(1\text{-}0{,}90)\cdot\sigma$, dan $\mu^{(1)}(um)=1$ yang tercapai pada saat $x=\sigma$.

Karena kurva segitiga fuzzy pada saat pergerakan naik (*u*) merupakan pencerminan dari kurva segitiga fuzzy pada saat pergerakan turun (*d*), maka derajat keanggotaan untuk pergerakan harga saham yang turun dengan volatilitas terbesar dan terkecil adalah sebesar h, atau $\mu^{(1)}(du)=\mu^{(1)}(ud)=h$ yang tercapai pada saat $x=-(1-\rho)\cdot\sigma=-(1\text{-}0{,}90)\cdot\sigma$, dan $\mu^{(1)}(dd)=\mu^{(1)}(uu)=h$ yang tercapai pada $x=-(1+\rho)\cdot\sigma=-(1+0{,}90)\cdot\sigma$. Sedangkan derajat keanggotaan untuk volatilitas menengah adalah $\mu^{(1)}(dm)=1$ yang tercapai pada saat $x=-\sigma$.

Selanjutnya, dengan ukuran risiko ρ = 90%, berdasarkan pergerakan harga saham PT. Antam (Persero) periode Agustus 2015-Juli 2016 dan data BI *rate* Agustus 2015-Juli 2016, diperoleh faktor-faktor pergerakan harga saham yang dihitung pada saat $t=1$ dengan harga saham S = 795,

$\Delta t=\frac{T}{n}=0{,}08333$ dengan $T=\frac{1}{12}=0{,}083333$ dan $n=1$: serta r = 6,6875%, diperoleh

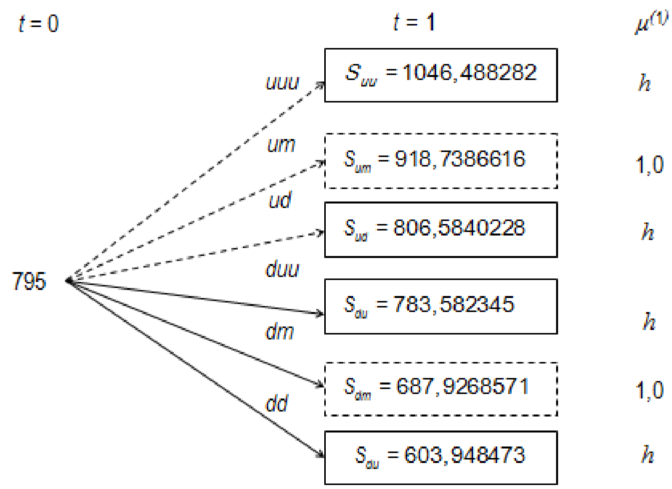
$a=e^{r\times\Delta t}=1{,}00574559$ dan dari persamaan (2) dan (4) diperoleh:

uu = 1,316337462, um = 1,155646115, ud = 1,014571098

$du=\frac{1}{ud}=0{,}9856381696$, $dm=\frac{1}{um}=0{,}8653168016$, $dd=\frac{1}{uu}=0{,}7596836137$.

Dari parameter-parameter yang telah diperoleh, pergerakan harga saham berdasarkan model binomial fuzzy ditampilkan pada Gambar 6. Harga saham pada saat t = 0 adalah S = 795. Harga saham pada saat t = 1 adalah $S_{uu}=uu\ .\ S$ = 1,316337464 . 795 = 1046,488282 dengan derajat keanggotaan $\mu(uu)=h$. Dengan cara yang sama, diperoleh kelima harga saham lainnya, yaitu $S_{um}=um.S$, $S_{ud}=ud.S$, $S_{du}=du.S$, $S_{dm}=dm.S$, dan $S_{dd}=dd.S$. Gambar 6 menampilkan hasil perhitungan, disertai derajat keanggotaannya.

Untuk perhitungan hingga satu periode (n = 1), banyaknya harga opsi yang diperoleh sama dengan banyaknya harga saham, yaitu enam buah harga opsi. Keenam harga opsi tersebut terdiri dari tiga buah harga opsi yang bersesuaian dengan harga saham yang naik $\left(C_{uu\times h^{(n=1)}}=C_{uu\times h^{(1)}},C_{um\times h^{(1)}},C_{ud\times h^{(1)}}\right)$ dan tiga buah harga opsi yang bersesuaian dengan harga saham yang turun $\left(C_{du\times h^{(n=1)}}=C_{du\times h^{(1)}},C_{dm\times h^{(1)}},C_{dd\times h^{(1)}}\right)$. Sedangkan derajat keanggotaan masing-masing harga opsi tersebut sama dengan derajat keanggotaan harga saham yang bersesuaian.



Gambar 6. Pohon binomial fuzzy untuk harga saham pada saat t = 1

Hasil perhitungan keenam harga opsi saat t = 1 (atau pada periode n = 1) diselesaikan dengan persamaan $C = max(0, S - K)$ dengan S adalah harga saham saat t = 0 (Gambar 6) dan dengan memilih harga kesepakatan (*strike price*) K = 720, disertai dengan derajat keanggotaannya masing-masing.

$$C_{uu \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 1046,488282 - 720\right) = 326,488282$$

$$C_{uu \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 326,488282\right) = 326,488282 \qquad ; \ \mu^{(1)}\left(C_{uu \cdot h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(S_{uu}\right) = h$$

Dengan cara yang sama diperoleh

$$C_{um \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 918,7386616 - 720\right) = 198,7386616 \qquad ; \ \mu^{(1)}\left(C_{um \cdot h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(S_{um}\right) = 1$$

$$C_{ud \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 806,5840228 - 720\right) = 86,5840228 \qquad ; \ \mu^{(1)}\left(C_{ud \cdot h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(S_{ud}\right) = h$$

$$C_{du \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 783,582345 - 720\right) = 63,582345 \qquad ; \ \mu^{(1)}\left(C_{du \cdot h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(S_{du}\right) = h$$

$$C_{dm \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 687,9268571 - 720\right) = 0 \qquad ; \ \mu^{(1)}\left(C_{dm \cdot h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(S_{dm}\right) = 1$$

$$C_{dd \cdot h^{(n=1)}} = max\left(0, 603,9488473 - 720\right) = 0 \qquad ; \ \mu^{(1)}\left(C_{dd \cdot h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(S_{dd}\right) = h$$

Selanjutnya, setiap nilai opsi beli *fuzzy* pada saat tiap periode n terbentuk menjadi $\left(C^r_{h^{(n)}}, C^c_{h^{(n)}}, C^l_{h^{(n)}}\right)$, dengan $C^r_{h^{(n)}}$ terbentuk dari dua nilai opsi dengan volatilitas terbesar, $C^c_{h^{(n)}}$ terbentuk dari dua nilai opsi dengan volatilitas medium, dan $C^l_{h^{(n)}}$ terbentuk dari dua nilai opsi dengan volatilitas terkecil. Dari nilai opsi yang telah dicari, diperoleh harga opsi jual fuzzy untuk periode $n = 1$ sebagai berikut.

$$C^r_{h^{(n=1)}} = \left[\frac{(a - dd)\cdot C_{uu\cdot h^{(1)}} - (uu - a)\cdot C_{dd\cdot h^{(1)}}}{(uu - dd)\cdot a}\right]$$

Dari perhitungan sebelumnya telah diperoleh

$a = e^{r\cdot\Delta t} = 1{,}00574559$,

$uu = 1{,}316337462$	$um = 1{,}155646115$	$ud = 1{,}014571098$
$du = 0{,}9856381696$	$dm = 0{,}8653168016$	$dd = 0{,}7596836137$
$C_{uu\cdot h^{(n=1)}} = 326{,}488282$	$C_{um\cdot h^{(n=1)}} = 198{,}7386616$	$C_{ud\cdot h^{(n=1)}} = 86{,}5840228$
$C_{du\cdot h^{(n=1)}} = 63{,}582345$	$C_{dm\cdot h^{(n=1)}} = 0$	$C_{dd\cdot h^{(n=1)}} = 0$

Dengan demikian diperoleh

$$C^r_{h^{(n=1)}} = \left[\frac{(1{,}00574559 - 0{,}7596836137).326{,}488282 - (1{,}316337462 - 1{,}00574559).0}{(1{,}316337462 - 0{,}7596836137)\ .1{,}00574559}\right]$$

$$C^r_{h^{(n=1)}} = 143{,}4279995$$

Dengan cara yang sama diperoleh

$$C^c_{h^{(n=1)}} = \left[\frac{(a - dm)\cdot C_{um\cdot h^{(1)}} - (um - a)\cdot C_{dm\cdot h^{(1)}}}{(um - m)\cdot a}\right] = 95{,}48839908$$

$$C^l_{h^{(n=1)}} = \left[\frac{(a - du)\cdot C_{ud\cdot h^{(1)}} - (ud - a)\cdot C_{u\cdot h^{(1)}}}{(ud - du)\cdot a}\right] = 79{,}00386542$$

Dari perhitungan tersebut, diperoleh tiga buah harga opsi periode $n = 1$ untuk ukuran risiko $\rho = 90\%$ yaitu $C^r_{h^{(n=1)}} = C^r = 143{,}4279995$, $C^c = 95{,}48839908$ dan $C^l = 79{,}00386542$. Derajat keanggotaan masing-masing harga opsi adalah

$$\mu^{(1)}\left(C^r_{h^{(n=1)}}\right) = \mu^{(1)}\left(C^r\right) = \mu^{(1)}\left(C_{uu\cdot h^{(n=1)}} \cap C_{dd\cdot h^{(n=1)}}\right) = min\left(\mu^{(1)}\left(C_{uu}\right), \mu^{(1)}\left(C_{dd}\right)\right) = h$$

$$\mu^{(1)}\left(C^c\right) = min\left(\mu^{(1)}\left(C_{um}\right), \mu^{(1)}\left(C_{dm}\right)\right) = 1$$

$$\mu^{(1)}\left(C^l\right) = min\left(\mu^{(1)}\left(C_{ud}\right), \mu^{(1)}\left(C_{dd}\right)\right) = h$$

Ketiga harga opsi tersebut memberikan pilihan kepada investor untuk menentukan harga opsi yang akan digunakannya pada tingkat risiko ρ = 90% , disertai dengan derajat keanggotaan setiap harga opsi beli yang ditawarkan.

Analisis Sensitivitas

Dalam artikel ini, parameter yang akan di-*fuzzy*-kan adalah parameter volatilitas yang dalam statistika disebut standar deviasi atau akar dari variansi dan disimbolkan dengan σ. Selanjutnya, akan diperkenalkan parameter baru yang dilambangkan dengan ρ yang menyatakan tingkat atau derajat sensitivitas, dengan $0 \leq \rho \leq 1$.

Untuk mengetahui seberapa sensitif suatu keputusan terhadap perubahan faktor-faktor atau parameter-parameter yang mempengaruhinya maka setiap pengambilan keputusan pada bidang ekonomi hendaknya disertai dengan analisis sensitivitas. Analisis ini akan memberikan gambaran sejauh mana suatu keputusan akan cukup kuat berhadapan dengan perubahan faktor-faktor atau parameter-parameter yang mempengaruhi. Hal ini berarti, dengan melakukan analisis sensitivitas, akibat yang mungkin terjadi dari perubahan-perubahan tersebut dapat diprediksi dan diantisipasi sebelumnya (Dewi, Ni, dan Kartika, 2014: 91).

Dalam kasus ini, terdapat parameter risiko. Istilah risiko atau ketidakpastian digunakan untuk menyatakan suatu alternatif investasi dengan profit ataupun ukuran-ukuran lain yang mempengaruhi profit. Risiko tidak diketahui dalam suatu nilai yang pasti, tetapi bisa dinyatakan dalam suatu distribusi probabilitas. Dengan menggunakan teori *fuzzy,* analisis sensitivitas dilakukan untuk memperoleh gambaran yang realistis mengenai seberapa besar interval harga opsi *call* jika parameter ukuran risiko berubah. Menurut Sugiyono (2008: 250), ukuran risiko terbagi menjadi lima yaitu:

(1) sangat rendah: $0 \leq \rho < 0{,}20$

(2) rendah: $0{,}20 \leq \rho < 0.40$

(3) sedang: $0{,}40 \leq \rho < 0{,}60$

(4) tinggi: $0{,}60 \leq \rho < 0{,}80$ dan

(5) sangat tinggi: $0{,}80 \leq \rho \leq 1.$ $\quad (10)$

Pada perhitungan selanjutnya, akan dipilih satu ukuran risiko yang mewakili tiga dari lima klasifikasi ukuran risiko pada (10), yaitu ρ = 0,10 ; 0,50 dan 0,90. Pemilihan ukuran risiko ini setidaknya dapat mewakili tiga karakteristik investor, yaitu *risk averter*, *risk neutral* dan *risk lover*.

Dengan cara yang sama, penentuan harga opsi beli pada periode $n = 1$ dapat diulangi untuk ukuran risiko lainnya. Oleh karena ukuran risiko tidak berpengaruh pada besarnya derajat keanggotaan, maka derajat keanggotaan C^r, C^c, C^l pada ρ = 10% dan 50% sama dengan derajat keanggotaan C^r, C^c, C^l pada ρ = 90%.

Selanjutnya, hasil perhitungan harga opsi beli untuk 1 periode yang dilakukan menggunakan model binomial fuzzy dengan representasi kurva segitiga simetris ditampilkan pada Tabel 2. Harga opsi C^r, C^c, C^l membentuk suatu interval yang berpusat pada C^c dan menyebar ke arah kanan (atas) dan kiri (bawah). Berapapun ukuran risiko yang digunakan, harga opsi medium besarnya selalu sama yaitu C^c = 95,48839908.

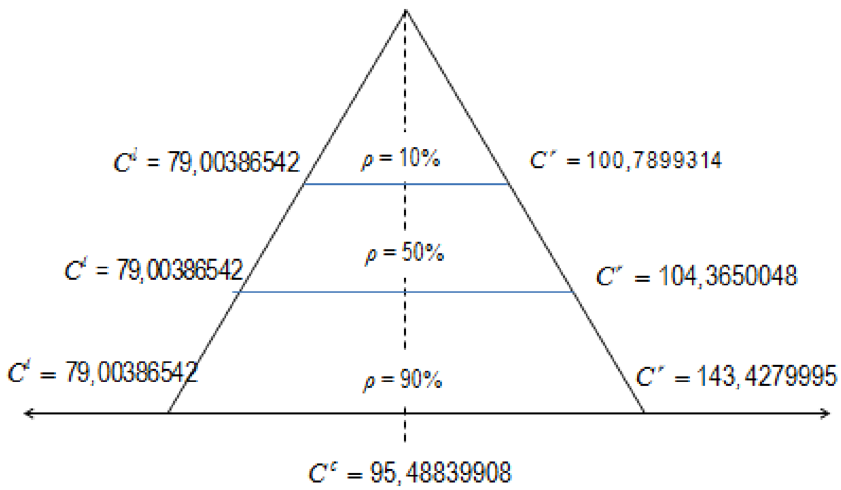
Pada Tabel 2, derajat keanggotaan $\mu^{(1)}$ untuk seluruh ρ yang digunakan adalah sebarang nilai h pada $0 < h < 1$ yang dihitung dengan persamaan (1) dan (3) serta mengacu pada Gambar 2.

Derajat keanggotaan $\mu^{(2)}$ dihitung dengan mengacu pada Gambar 3 dan persamaan (6) dan (7). Selanjutnya, derajat keanggotaan $\mu^{(3)}$ dihitung dengan persamaan (8) dan (9) atau dari hubungan $\mu + \rho$=1 dengan mengacu pada Gambar 4.

Dari Tabel 2 terlihat bahwa ρ dengan persentase terbesar memiliki interval paling besar, yaitu interval antara harga opsi C^r dan C^l. Dengan kata lain, ketika ρ menjadi lebih kecil, interval antara nilai C^r dan C^l untuk tiap-tiap ukuran risiko juga semakin kecil. Hal ini memperlihatkan bahwa model menghasilkan harga opsi yang konvergen ke harga opsi dengan metode Black-Scholes (Yu, Huarng, Li, and Chen, 2011). Agar lebih jelas, perbedaan interval yang dihasilkan ditampilkan pada Gambar 7, untuk ρ = 10%, 50% dan 90%.

Tabel 2. Harga Opsi Jual Fuzzy 1 Periode dengan Beberapa Ukuran Risiko yang Berbeda

	Klasifikasi risiko sangat rendah $\rho =$ 10%			
	Opsi beli *fuzzy*	$\mu^{(1)}$	$\mu^{(2)}$	$\mu^{(3)}$
C^r	100,79	$0 < h < 1$	$0{,}80 \le h \le 1$	0,90
C^c	95,49	$0 < h < 1$	$0{,}80 \le h \le 1$	0,90
C^l	79,00	$0 < h < 1$	$0{,}80 \le h \le 1$	0,90
	Klasifikasi risiko sedang $\rho =$ 50%			
	Opsi beli *fuzzy*	$\mu^{(1)}$	$\mu^{(2)}$	$\mu^{(3)}$
C^r	104,37	$0 < h < 1$	$0{,}40 \le h < 0{,}60$	0,50
C^c	95,49	$0 < h < 1$	$0{,}40 \le h < 0{,}60$	0,50
C^l	79,00	$0 < h < 1$	$0{,}40 \le h < 0{,}60$	0,50
	Klasifikasi risiko sangat tinggi $\rho =$ 90%			
	Opsi beli *fuzzy*	$\mu^{(1)}$	$\mu^{(2)}$	$\mu^{(3)}$
C^r	143,43	$0 < h < 1$	$0 < h < 0{,}20$	0,10
C^c	95,49	$0 < h < 1$	$0 < h < 0{,}20$	0,10
C^l	79,00	$0 < h < 1$	$0 < h < 0{,}20$	0,10



Gambar 7. Kurva segitiga untuk menampilkan interval harga opsi beli dengan ukuran risiko yang berbeda

Selanjutnya, diidentifikasi tiga sifat investor terkait dengan kecenderungannya terhadap risiko, yaitu pengambil risiko (*risk lover*), netral terhadap risiko (*risk neutral*), dan penghindar risiko (*risk averter*). Harga-harga opsi di atas memberikan pilihan kepada para investor sesuai dengan karakteristiknya masing-masing. Sebagai contoh, investor tipe pengambil risiko disarankan untuk memilih harga opsi pada ukuran risiko yang tertinggi. Tersedianya tiga pilihan harga dengan derajat keanggotaannya memberikan kebebasan kepada investor tersebut untuk memilihnya, dengan pilihan harga opsi pada derajat keanggotaan tertinggi yang paling disarankan.

Dari analisis yang telah dilakukan, maka keputusan yang dapat dilakukan oleh investor ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Keputusan Investor Sesuai Kecenderungannya Terhadap Risiko

	Berani mengambil Risiko	**Netral terhadap Risiko**	**Sangat menghindari Risiko**
	Jual (kuat)	Jual	Jual
r			
	Jual	Jual	Tidak bertransaksi
c			
	Beli	Beli	Tidak bertransaksi
l			
	Beli (kuat)	Beli	Beli

dengan
r: *right* menyatakan pilihan opsi dengan volatilitas (ukuran risiko) terbesar
c: *center* menyatakan pilihan opsi dengan volatilitas (ukuran risiko) menengah
l: *left* menyatakan pilihan opsi dengan volatilitas (ukuran risiko) terkecil

Dari Tabel 3 dapat dijelaskan bahwa untuk investor tipe pengambil risiko, dapat memilih harga opsi jual dengan volatilitas (ukuran risiko) terbesar atau harga opsi jual yang memiliki volatilitas menengah. Selanjutnya, untuk investor yang netral terhadap risiko dapat menggunakan hak opsinya pada saat harga opsi jual memiliki volatilitas terbesar dan sedang. Untuk investor dengan karakter penghindar risiko dapat menggunakan hak opsinya dengan memilih harga opsi jual dengan volatilitas terbesar dan lebih baik tidak melakukan transaksi pada saat volatilitas menengah.

Dengan model ini, para investor tipe penyuka risiko dan penghindar risiko menemukan strategi yang tepat dalam membangun strategi portofolionya, terkait dengan nilai C^r dan C^l (Yu, Huarng, Li, and Chen, 2011):

1. Apabila harga opsi di pasar lebih rendah dibanding harga C^l, maka investor tipe pengambil risiko dapat memilih beli-kuat (*strong buy*) dan penghindar risiko memilih beli sedikit (*buy less*).
2. Apabila harga opsi di pasar besarnya antara C^r dan C^l, maka penghindar risiko disarankan untuk membeli lebih sedikit (*buy less*) dibanding investor yang netral terhadap risiko dan investor penyuka risiko dapat membeli lebih banyak (*buy more*) dibanding investor yang netral terhadap risiko.
3. Apabila harga opsi di pasar lebih tinggi dibanding harga C^r, maka tipe pengambil risiko dapat memilih jual-kuat (*strong sell*) dan tipe penghindar risiko memilih jual (*sell less*).

SIMPULAN

Pada penentuan harga opsi berdasarkan model binomial CRR, hanya diperoleh satu harga opsi. Penggunaan model binomial fuzzy dengan representasi kurva segitiga menghasilkan tiga buah harga opsi beli C^r, C^c, dan C^l yang masing-masing diperoleh berdasarkan volatilitas terbesar, menengah, dan terkecil. Dengan demikian, investor memiliki kesempatan lebih banyak untuk memilih sesuai dengan kecenderungannya terhadap risiko. Setiap harga opsi yang dihasilkan disertai dengan derajat keanggotaannya.

Berdasarkan data pergerakan saham PT. Antam (persero) dari Agustus 2015 hingga Juli 2016, diperoleh tiga buah harga opsi beli yang dieksekusi pada Agustus 2016 dengan ukuran risiko sebesar 90%. Harga opsi tertinggi diperoleh pada volatilitas terbesar, yaitu C^r = 143,4279995. Untuk volatilitas menengah diperoleh harga opsi C^c = 95,48839908. Sedangkan untuk volatilitas terkecil diperoleh harga opsi C^l = 79,00386542. Penggunaan tiga buah fungsi keanggotaan memberikan tiga buah nilai derajat keanggotaan yang berbeda untuk masing-masing nilai C^r, C^c, dan C^l pada setiap klasifikasi risiko yang digunakan. Akan tetapi, nilai atau besarnya derajat keanggotaan tidak digunakan untuk memilih harga opsi yang disarankan. Dengan demikian, disarankan agar harga opsi dimodelkan sebagai fungsi dari derajat keanggotaan.

REFERENSI

Cox, J., Ross, S., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics,* 7(3), 229-263.

Dewi, A.A.D.S., Ni, K.T.T., & Kartika, S. (2014). Analisis Sensitivitas dalam Optimalisasi Keuntungan Produksi Busana dengan Metode Simpleks. *Jurnal Matematika,* 4(2), 90-101.

Lisnawati. (2017). Penentuan harga opsi jual berdasarkan model pohon binomial *fuzzy*. *Skripsi.* Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto.

Prawirasti, S.W.D. (2016). Penentuan harga opsi jual tipe Eropa dan tipe Amerika menggunakan model binomial CRR. *Skripsi.* Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto.

Sugiyono. (2008). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R & D*. Bandung: Alfabeta.

Yu, S.E.S., Huarng, K.H., Li, M.Y.L., & Chen, C.Y. (2011). A novel option pricing model via fuzzy binomial decision tree. *International Journal of Innovative Computing Information and Control*, 7(2), 709-718.

Zulfikar. 2016. *Pengantar Pasar Modal dengan Pendekatan Statistika.* Yogyakarta: Deepublish.