MODEL MATEMATIKA UNTUK MENENTUKAN NAMA HARI PADA SIKLUS TUJUH, LIMA DAN TIGAPULUH LIMA HARI PADA KALENDER GREGORIAN DI INDONESIA

Agung Prabowo[1)]
Sukono[2)]
Mustafa Mamat[3)]
[1)]Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jenderal Soedirman
[2)]Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran
[3)]Fakulti Informatik dan Komputeran, Universiti Sultan Zainal Abidin, Malaysia
e-mail: agung.prabowo@unsoed.ac.id

ABSTRACT

In the Javanese calendar (Anno Javanica) there are two types of day names, namely saptawara and pancawara. Pancawara is a five-day cycle (Legi, Paing, Pon, Wage and Kliwon). Saptawara is a seven day cycle, like the weekly cycle on the Gregorian Calendar (Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday, Friday, Saturday and Sunday). The Gregorian calendar does not recognize the pancawara cycle. However, the use of the Gregorian Calendar in Indonesia combines a seven-day cycle with a five-day cycle so that there are names for Monday-Legi, Tuesday-Paing and so on. The result is a 35-day combination called selapanan. With the literature review method, a mathematical model will be built to determine the names of saptawara, pancawara and selapanan days for certain dates on the Gregorian calendar. Furthermore, these mathematical models will be called the saptawara model (four models), the pancawara and the selapanan model (two models respectively).

Keywords: gregorian calendar, pancawara, saptawara, selapanan.

ABSTRAK

Dalam Kalender Jawa (*Anno Javanica*) terdapat dua jenis nama hari yaitu hari *saptawara* dan *pancawara*. *Pancawara* merupakan siklus lima hari sekali (*Legi, Paing, Pon, Wage* dan *Kliwon*). *Saptawara* merupakan siklus tujuh hari sekali, seperti siklus mingguan pada Kalender Gregorian (Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu dan Minggu). Kalender Gregorian tidak mengenal siklus *pancawara*. Namun, penggunaan Kalender Gregorian di Indonesia menggabungkan siklus tujuh hari dengan siklus lima hari sehingga terdapat nama hari Senin-*Legi*, Selasa-*Paing* dan seterusnya. Kombinasi ini menghasilkan tigapuluh lima buah nama hari yang disebut *selapanan*. Dengan metode kajian pustaka, dibangun model matematika untuk menentukan nama hari *saptawara*, *pancawara* dan *selapanan* untuk tanggal tertentu pada Kalender Gregorian. Selanjutnya, model-model matematika tersebut akan dinamakan model *saptawara* (sebanyak empat buah model), model *pancawara* dan model *selapanan* (masing-masing sejumlah dua buah model).

Kata kunci: Kalendar Gregorian, *pancawara, saptawara, selapanan*.

Matematika, khususnya Teori Bilangan banyak membantu dalam hal penelusuran nama hari pada suatu tanggal tertentu. Apabila diberikan suatu tanggal pada kalender Masehi, maka nama hari pada tanggal tersebut dapat ditentukan dengan cara membangun persamaan-persamaan matematika. Rosen (1986) dan Burton (2007) memberikan dasar-dasar Teori Bilangan yang dapat digunakan untuk membangun model matematika penentuan nama hari.

Penelitian tentang model matematika untuk menentukan nama hari pada kalender Masehi-Gregorian telah banyak dilakukan sejak waktu yang sangat lama. Model pertama dapat dilacak pada karya Christian Zeller pada tahun 1882 dan 1885 (Sivaraman, 2020). Upsensky dan Heaslet (1939) membahas model serupa dalam bukunya "*Elementary Number Theory*". Sementara itu, Rickey (1985) membuat model matematika terkait penentuan nama hari pada kalender Masehi. Pembuatan model matematika tersebut perlu mempertimbangkan perubahan dari kalender Julian ke kalender Gregorian (Moyer, 1982 dan Dutka, 1988).

Model-model yang dihasilkan oleh Zeller, Upsensky dan Heaslet, dan Rickey terbatas pada penentuan nama hari pada siklus tujuh harian dalam kalender Masehi-Gregorian. Sementara itu, di Indonesia penggunaan kalender Masehi-Gregorian menyertakan juga siklus lima harian dan tigapuluh-lima harian. Model matematika untuk menentukan nama hari pada siklus lima harian dan tigapuluh-lima harian sangat khas Indonesia, dan terbilang masih sedikit periset yang membuat model matematika tersebut.

Penggunaan kalender Masehi di Indonesia mencakup hitungan siklus waktu yang lebih luas, antara lain siklus *wuku* yang di dalamnya mengandung siklus lima harian dan tigapuluh-lima harian. Model matematika untuk penentuan nama *wuku* telah dibuat oleh Prabowo, dkk. (2015) dan Prabowo, dkk. (2017b).

Model matematika yang dibangun dengan Teori Bilangan juga dapat digunakan untuk membantu menemukan digit yang hilang pada suatu angka tahun. Prabowo dan Sukono (2021) menggunakan beberapa model matematika untuk tujuan tersebut.

Prabowo (2021) secara khusus membangun model matematika yang salah satunya dapat digunakan dalam penentuan nama hari pada kalender Aboge (*Alip-Rebo-Wage*). Masih dalam konteks kalender Aboge, Prabowo, dkk. (2020b) menggunakan algoritma Brute Force untuk mengonversi kalender Aboge yang digunakan masyarakat di Desa Cikakak menjadi kalender Masehi.

Model matematika juga dapat dibuat untuk menentukan saat dilakukannya perayaan hari-hari kematian dalam tradisi Jawa. Prabowo, dkk. (2020a) telah menghasilkan suatu model matematika yang dapat menentukan waktu pelaksanaan peringatan kematian.

Dalam penggunaan kalender Masehi di Indonesia, nama hari tidak hanya berupa nama-nama hari dalam seminggu (siklus tujuh harian/*saptawara*), namun juga mencakup hari *pasaran* (siklus lima harian/*pancawara*) dan hari *selapanan* (siklus tigapuluh lima harian).

Riset-riset yang telah dilakukan Rosen (1986), Kurnia, dkk. (2015), Prabowo, dkk. (2017a) dan Sivaraman (2020) merumuskan model matematika untuk menentukan nama hari *pancawara* dan *saptawara*. Terdapat empat model matematika untuk siklus hari *pancawara* yang dihasilkan oleh Kurnia, dkk. (2015) dan Prabowo, dkk. (2017a) dan satu model matematika untuk siklus hari *saptawara* yang dihasilkan oleh Rosen (1986). Kombinasi siklus *pancawara* dan *saptawara* menghasilkan siklus *selapanan*. Untuk mengonfirmasi kebenaran siklus *pancawara* dan *saptawara* dilakukan dengan membangun model matematika untuk siklus *selapanan*. Tujuan penelitian ini adalah memperoleh model matematika untuk menentukan nama hari pada siklus tigapuluh-lima harian (*selapanan*). Selain itu, dalam artikel ini juga dibangun satu model matematika tambahan untuk siklus tujuh harian (*saptawara*).

Rosen (1986: 134-137) telah menghasilkan formula/model matematika untuk menentukan nama hari dalam siklus tujuh harian (Minggu, Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu) pada tanggal, bulan dan tahun berapapun dalam Kalender Masehi Gregorian. Model matematika yang dimaksud diberikan pada persamaan (1) dan terbatas penggunaannya hanya sejak 1 Maret 1600 Masehi. Selanjutnya, Persamaan (1) disebut sebagai model *saptawara* 1.

$$w \equiv \left(k + [[2{,}6 \cdot m - 0{,}2]] + Y - 2C + [[Y/4]] + [[C/4]]\right) \; mod \; 7 \tag{1}$$

dengan

w : nama hari pada siklus tujuh harian ($w = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ berturut-turut untuk Minggu, Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu).

Prabowo, dkk. (2017a) telah membangun model matematika untuk penentuan nama hari *pasaran*. Sedangkan Kurnia, dkk. (2015) memperoleh model matematika untuk menentukan nama hari dalam siklus lima harian (*pancawara*) pada tanggal, bulan dan tahun berapapun pada kalender Gregorian. Hasilnya dituliskan sebagai persamaan (2) dan disebut sebagai model *pancawara* 1, disimbolkan dengan w_{p1}.

$$w_{p1} \equiv \left(k + [[0{,}6 \cdot m + 1{,}8]] + 4C + [[Y/4]] + [[C/4]] - 3\right) \; mod \; 5 \tag{2}$$

Prabowo, dkk. (2017a) mengembangkan formula/model matematika untuk menentukan nama hari dalam siklus lima harian (*pancawara*), dinamakan model *pancawara* 2 pada Persamaan (3) dan disimbolkan dengan w_{p2}.

$$w_{p2} \equiv \left(k + [[0{,}6 \cdot m - 0{,}2]] + 4C + [[Y/4]] + [[C/4]] - 1\right) \; mod \; 5 \tag{3}$$

Prabowo, dkk. (2017a) juga mengembangkan model *pancawara* 3 dan 4 yang diberikan pada persamaan (4) dan (5) dan dan disimbolkan w_{p3} dan w_{p4}.

$$w_{p3} \equiv \left(k + [[0{,}6 \cdot m - 0{,}2]] + 4C + [[Y/4]] + [[C/4]] + 2\right) \; mod \; 5 \tag{4}$$

$$w_{p4} \equiv \left(k + [[0{,}6 \cdot m + 1{,}8]] + 4C + [[Y/4]] + [[C/4]]\right) \; mod \; 5 \tag{5}$$

dengan

$w_{p1} = w_{p2}$: nama hari pada siklus lima harian ($w_{p1} = 0,1,2,3,4$ berturut-turut untuk *Legi, Paing, Pon, Wage* dan *Kliwon*).

$w_{p3} = w_{p4}$: nama hari pada siklus lima harian ($w_{p_3} = 0,1,2,3,4$ berturut-turut untuk *Pon, Wage, Kliwon, Legi,* dan *Paing*).

k : tanggal pada kalender Gregorian

m : nomor urut bulan pada kalender Gregorian ($m = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ berturut-turut untuk Maret, April, Mei, ..., Desember, Januari, dan Februari).

N : angka tahun pada kalender Gregorian dengan $N = 100C + Y$

C : bilangan abad dengan $16 \le Y < 20$

Y : bilangan setelah bilangan abad dengan $0 \le Y \le 99$

Simbol-simbol $k, m, C, N,$ dan Y akan digunakan pada bagian selanjutnya dengan pemaknaan yang sama.

METODE

Penelitian ini diselesaikan dengan metodologi penelitian berupa kajian pustaka (studi literatur). Dengan mengikuti langkah-langkah yang ditempuh Rosen (1986) dalam memperoleh persamaan (1), dibangun model matematika *saptawara* dan *selapanan* berturut-turut untuk penentuan nama hari dalam siklus tujuh dan tigapuluh-lima harian. Berikut ini langkah-langkah dalam perumusan model matematika untuk penentuan nama hari *saptawara* dan *selapanan*:

1. modifikasi urutan bulan dengan Maret menjadi bulan pertama sedangkan Januari dan Februari menjadi bulan ke-11 dan 12;
2. menyatakan angka tahun pada kalender Masehi menjadi penjumlahan angka tahun abad ditambah angka tahun sisanya;
3. menjadikan 1 Maret sebagai basis untuk model yang dibuat;
4. menentukan banyaknya tahun kabisat;
5. menentukan nama hari untuk tanggal 1 Maret;
6. menentukan nama hari pertama pada setiap bulan; dan
7. menentukan nama hari pada tanggal tertentu setiap bulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Matematika *Saptawara*

Pada bagian ini dibangun model matematika untuk menentukan nama hari dalam satu minggu untuk setiap tanggal pada kalender Masehi Gregorian. Di Jawa, siklus dengan panjang tujuh hari disebut *saptawara* (*sapta* = tujuh dan *wara* = hari). Oleh karena hari-hari dalam satu minggu merupakan siklus tujuh harian, digunakan kekongruenan modulo 7 dengan Senin = 0, Selasa = 1, Rabu = 2, Kamis = 3, Jumat = 4, Sabtu = 5 dan Selasa = 6.

Pada model ini dilakukan penyesuaian terkait adanya penambahan hari yang dilakukan pada akhir bulan Februari untuk tahun kabisat. Untuk itu, bulan-bulan dalam satu tahun dilakukan penomoran ulang. Setiap tahun dimulai dengan Maret sebagai bulan pertama. Bulan Januari dan Februari dijadikan sebagai bagian dari tahun sebelumnya sebagai bulan ke-11 dan 12. Sebagai contoh, bulan Februari tahun 1984 dijadikan sebagai bulan ke-12 dari tahun 1983 dan Mei 1984 adalah bulan ke-3 untuk tahun 1984. Dengan aturan ini, misalkan k adalah tanggal untuk suatu bulan, m adalah nomor bulan, dan N adalah tahun, dengan $N = 100C + Y$, C menyatakan abad dan Y menyatakan bagian tahun untuk abad tersebut. Sebagai contoh, untuk 16 Juli 1965 menghasilkan k = 16, m = 5, N =1965, C = 19 dan Y = 65. Contoh lain, 23 Februari 1971 memberikan k = 23, m = 12, N =1970, C = 19 dan Y = 70.

Tanggal 1 Maret untuk tiap-tiap tahun dijadikan sebagai basis dari model yang dibuat. Diberikan d_N menyatakan nama hari pada tanggal 1 Maret tahun N. Angka tahun dimulai dengan tahun 1600 dan akan ditentukan nama hari untuk tanggal 1 Maret untuk setiap tahun yang diberikan. Jumlah hari antara 1 Maret tahun $N-1$ sampai dengan 1 Maret tahun N, jika N bukan tahun kabisat adalah 365 hari, dan karena $365 \equiv 1 (mod\ 7)$, maka $d_N \equiv d_{N-1} + 1\ (mod\ 7)$, sedangkan jika N adalah tahun kabisat, karena terdapat tambahan satu hari maka $d_N \equiv d_{N-1} + 2\ (mod\ 7)$. Oleh karena itu, untuk menentukan d_N dari d_{1600}, perlu diketahui berapa banyak tahun kabisat yang terjadi pada $(1600, N]$.

Merujuk pada pengertian tahun kabisat, banyaknya tahun antara 1600 and N yang habis dibagi 4, 100 dan 400 berturut-turut adalah $[[(N-1600)/4]]$, $[[(N-1600)/100]]$ dan

$[[(N-1600)/400]]$. Misalkan banyaknya tahun kabisat antara tahun 1600 dan N disimbolkan dengan L, maka

$$L = [[(N-1600)/4]] - [[(N-1600)/100]] + [[(N-1600)/400]]$$
$$= [[N/4]] - [[N/100]] + [[N/400]] - 388$$

Dalam model ini, digunakan proposisi untuk $x \in \Re$, maka $x-1 < [[x]] \leq x$. Misalkan C dan Y adalah angka-angka yang membentuk $N = 100C + Y$. Dengan proposisi tersebut diperoleh $Y/100 < 1$ dan $[[(C/4)+(Y/400)]] = [[C/4]]$ karena $Y/400 < 1/4$. Akibatnya, banyaknya tahun kabisat antara tahun 1600 dan N adalah

$$L = [[25C + (Y/4)]] - [[C + (Y/100)]] + [[(C/4) + (Y/400)]] - 388$$
$$= 25C + [[Y/4]] - C + [[C/4]] - 388$$

Banyaknya tahun kabisat antara 1600 dan N dapat disederhanakan menjadi persamaan (6):

$$L \equiv (3C + [[C/4]] + [[Y/4]] - 3) \, mod \, 7 \qquad (6)$$

Misalkan $d_{s,N}$ menyatakan nama hari *saptawara* pada tanggal 1 Maret tahun N. Akan ditentukan nama hari $d_{s,N}$ sejak d_{1600} dengan menggeser d_{1600} hari demi hari untuk setiap tahun yang dilalui, ditambah ekstra 1 hari untuk setiap tahun kabisat antara tahun 1600 dan N pada persamaan (6). Aturan ini menghasilkan

$$d_{s,N} = d_{1600} + \text{hari tambahan} + L$$
$$d_{s,N} \equiv d_{1600} + (100C + Y - 1600) + (3C + [[C/4]] + [[Y/4]] - 3) \, mod \, 7 \qquad (7)$$

Apabila disederhanakan, diperoleh persamaan (8):

$$d_{s,N} \equiv d_{1600} - 2C + Y + [[C/4]] + [[Y/4]] \, mod \, 7 \qquad (8)$$

Persamaan (8) merupakan persamaan yang mengaitkan antara nama hari untuk tanggal 1 Maret pada sebarang tahun dengan nama hari pada tanggal 1 Maret tahun 1600. Pada kalender Masehi Gregorian, tanggal 1 Maret 1949 jatuh hari Selasa. Dengan menggunakan persamaan (8), dapat ditentukan nama hari untuk tanggal 1 Maret 1600. Untuk N =1949, maka C = 19, dan Y = 49, dan karena $d_{1949} = 1$, berdasarkan persamaan (8) diperoleh

$$1 \equiv d_{1600} - 38 + 49 + [[19/4]] + [[49/4]] = d_{1600} + 6 \, mod \, 7$$

Perhitungan terakhir memberikan $d_{1600} = 2$, sehingga tanggal 1 Maret 1600 adalah Rabu. Apabila nilai $d_{s,1600} = 2$ disubstitusikan pada persamaan (8) dihasilkan persamaan (9):

$$d_{s,N} \equiv 2 - 2C + Y + [[C/4]] + [[Y/4]] \, mod \, 7 \qquad (9)$$

Persamaan (9) dapat digunakan untuk menentukan nama hari untuk tanggal 1 pada setiap bulan pada tahun N.

Pergeseran antar bulan dinyatakan dengan kenaikan. Bulan dengan jumlah hari 30 dinyatakan dengan 2 kenaikan, karena $30 \equiv 2 \; (mod \; 7)$, dan bulan dengan 31 hari dinyatakan dengan 3 kenaikan, karena $31 \equiv 3 \; (mod \; 7)$. Tabel 1 memberikan daftar kenaikan untuk masing-masing bulan.

Tabel 1. Kenaikan antar bulan dalam Kalender Masehi

Periode Bulan	Jumlah Hari	Modulo 7	Banyaknya Kenaikan
1 Maret – 1April	31	31 *mod* 7	3
1 April – 1 Mei	30	30 *mod* 7	2
1 Mei – 1 Jun1	31	31 *mod* 7	3
1 Jun1 – 1 Juli	30	30 *mod* 7	2
1 Juli – 1 Agustus	31	31 *mod* 7	3
1 Agustus – 1 September	31	31 *mod* 7	3
1 September – 1 Oktober	30	30 *mod* 7	2
1 Oktober 1 – 1 November	31	31 *mod* 7	3
1 November – 1 Desember	30	30 *mod* 7	2
1 Desember – 1 Januari	31	31 *mod* 7	3
1 Januari – 1 Februari	31	31 *mod* 7	3

Misalkan m menyatakan nomor bulan dengan $m = 1, 2, \ldots, 12$. Banyaknya kenaikan pada Tabel 1 dapat dimodelkan dengan sebuah fungsi yang menyatakan banyaknya bulan yaitu $I = [[i \cdot m - a]] + b$, dengan $i = 29/11 = 2{,}6$. Fungsi tersebut bernilai 0 apabila $m = 1$ (Tabel 2).

Perhatikan Tabel 2, dari baris untuk $m = 1$ dapat dipilih $b = 0$. Dengan menetapkan $b = 0$, maka interval untuk nilai a dapat ditentukan. Dari seluruh interval nilai a, nilai maksimum pada sisi kiri adalah 2 dan nilai minimum pada sisi kanan adalah 2,2. Nilai a yang memenuhi seluruh interval adalah $2 < a \leq 2{,}2$. Selanjutnya dipilih $a = 2{,}2$ sehingga dihasilkan persamaan (10) untuk menyatakan banyaknya bulan:

$$I = [[2{,}6 \cdot m - 2{,}2]] \tag{10}$$

Tabel 2. Proses Inspeksi untuk Mendapatkan Nilai a

Bulan m	Banyaknya Bulan $I = [[2{,}6 \cdot m - a]]$	Banyaknya Kenaikan	Nilai Interval a
1	$[[2{,}6 - a]] = 0$	0	$1{,}6 < a \leq 2{,}6$
2	$[[5{,}2 - a]] = 3$	$\downarrow$ 3	$1{,}2 < a \leq 2{,}2$
3	$[[7{,}8 - a]] = 5$	$\downarrow$ 2	$1{,}8 < a \leq 2{,}8$
4	$[[10{,}4 - a]] = 8$	3	$1{,}4 < a \leq 2{,}4$
5	$[[13{,}0 - a]] = 10$	2	$2 < a \leq 3$
6	$[[15{,}6 - a]] = 13$	3	$1{,}6 < a \leq 2{,}6$
7	$[[18{,}2 - a]] = 16$	3	$1{,}2 < a \leq 2{,}2$
8	$[[20{,}8 - a]] = 18$	2	$1{,}8 < a \leq 2{,}8$
9	$[[23{,}4 - a]] = 21$	3	$1{,}4 < a \leq 2{,}4$
10	$[[26{,}0 - a]] = 23$	2	$2 < a \leq 3$
11	$[[28{,}6 - a]] = 26$	3	$1{,}6 < a \leq 2{,}6$
12	$[[31{,}2 - a]] = 29$	3	$1{,}2 < a \leq 2{,}2$

Dengan mensubstitusikan persamaan (10) pada persamaan (9), diperoleh model matematika untuk menentukan nama hari pertama pada setiap bulan m pada tahun N . Model tersebut berupa persamaan yang diberikan sebagai persamaan (11) yang memberikan sisa positif terkecil dari hasil perhitungannya:

$$d_{s,m,N} = (d_{s,N} + I)\, mod\ 7$$

$$d_{s,m,N} = (d_{s,N} + [[2,6 \cdot m - 2,2]])\, mod\ 7$$

$$d_{s,m,N} = (2 - 2C + [[C/4]] + [[Y/4]] + [[2,6 \cdot m - 2,2]])\, mod\ 7 \tag{11}$$

Nama hari pada tanggal k bulan m tahun N akan disimbolkan dengan $w_s = w_{s,k.m,N}$. Persamaan untuk memperoleh w_s dilakukan dengan menambahkan $k-1$ pada persamaan (11). Hasil yang diperoleh diberikan pada persamaan (12) dan disebut model *saptawara* 2.

$$w_s = w_{s,k.m,N} = d_{s,m,N} + (k-1)$$

$$w_s \equiv (k + [[2,6m - 2,2]] - 2C + Y + [[C/4]] + [[Y/4]] + 1)\, mod\ 7 \tag{12}$$

dengan

w_s : nama hari pada siklus tujuh harian ($w = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ berturut-turut untuk Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu dan Minggu).

Contoh 1

Dengan persamaan (12) atau model *saptawara* 2, hari Kemerdekaan Republik Indonesia pada tanggal 17 Agustus 1945 jatuh pada hari Jumat.

$$\begin{aligned} w_s &\equiv (k + [[2,6m - 2,2]] - 2C + Y + [[C/4]] + [[Y/4]] + 1)\, mod\ 7 \\ &= (17 + [[2,6 \cdot 6 - 2,2]] - 2 \cdot 19 + 45 + [[19/4]] + [[45/4]] + 1)\, mod\ 7 \\ &= (17 + 13 - 38 + 45 + 4 + 11 + 1)\, mod\ 7 \\ &= (53)\, mod\ 7 = 4 \end{aligned}$$

Dari perhitungan tersebut diperoleh sisa 4, atau w_s = 4 yang menunjukkan hari Jumat.

Hasil tersebut tepat sama apabila digunkana model *saptawara* 1 pada persamaan (1)

$$\begin{aligned} w &\equiv (k + [[2,6 \cdot m - 0,2]] + Y - 2C + [[Y/4]] + [[C/4]])\ mod\ 7 \\ &= (7 + [[2,6 \cdot 6 - 0,2]] + 45 - 2 \cdot 19 + [[45/4]] + [[19/4]])\ mod\ 7 \\ &= (7 + 13 + 45 - 38 + 11 + 4)\ mod\ 7 \\ &= (54)\, mod\ 7 = 5 \end{aligned}$$

Pada persamaan (1), sisa 5 menyatakan hari Jumat.

Model Matematika *Selapanan*

Nama hari *selapanan* merupakan gabungan antara hari *saptawara* dan *pancawara*. Penyebutan nama hari *selapanan* didahului dengan menyebut nama hari *saptawara*. Banyaknya hari dalam siklus *selapanan* adalah banyaknya hari *saptawara* dikalikan banyaknya hari *pancawara*, atau $7 \times 5 = 35$ hari. Model matematika untuk menentukan nama hari *selapanan* dibangun dengan menggunakan basis 35.

(i) Dengan basis perhitungan 1 Maret 1600 M, misalkan $d_{l,N}$ menyatakan nama hari *selapanan* pada tanggal 1 Maret tahun N. Antara 1 Maret 1600 sampai dengan 1 Maret tahun N berlaku (1) jika N bukan tahun kabisat maka $d_{l,N} \equiv d_{l,N-1} + 15 \, mod \, 35$, dan (2) jika N tahun kabisat maka $d_{l,N} \equiv d_{l,N-1} + 16 \, mod \, 35$.

(ii) Dalam penentuan model, tanggal 1 Maret masih dijadikan sebagai basis perhitungan. Misalkan $d_{l,N}$ nama hari *selapanan* untuk tanggal 1 Maret tahun N. Perhitungan dimulai tahun 1600 dan akan ditentukan nama hari *selapanan* pada tanggal 1 Maret untuk setiap tahun yang diberikan. Antara 1 Maret tahun $N-1$ dan 1 Maret 1 tahun N, jika N bukan tahun kabisat maka banyaknya hari adalah 365 hari, dan karena $365 \equiv 15 \, (mod \, 35)$, maka $d_{l,N} \equiv d_{l,N-1} + 15 \, mod \, 35$. Sedangkan apabila N adalah tahun kabisat, karena ada tambahan 1 hari, maka $d_{l,N} \equiv d_{l,N-1} + 16 \, mod \, 35$.

(iii) Banyaknya tahun kabisat antara tahun 1600 dan tahun N disimbolkan L dengan

$$L = [[(N-1600)/4]] - [[(N-1600)/100]] + [[(N-1600)/400]]$$
$$= [[N/4]] - [[N/100]] + [[N/400]] - 388$$

(iv) Apabila L ditulis dalam simbol C dan Y dengan $N = 100C + Y$ diperoleh

$$L = (24C + [[C/4]] + [[Y/4]] - 3) mod \, 35$$

(v) Nama hari *selapanan* pada 1 Maret tahun N, dihitung sejak 1 Maret 1600 adalah $d_{l,N} = d_{l,1600} + \text{banyaknya tahun} + L,$ diberikan pada persaman (13):

$$d_{l,N} = (d_{l,1600} + 124C + Y + [[C/4]] + [[Y/4]] - 28) mod \, 35 \qquad (13)$$

(vi) Tanggal 1 Maret 1949 yang jatuh pada hari *selapanan* Selasa-*Pon* dengan $V = 16$ (Tabel 3) digunakan untuk menentukan hari *selapanan* untuk tanggal 1 Maret 1600. Dalam hal ini akan digunakan Minggu-*Paing* = 0, ..., Sabtu-*Legi* = 34 sesuai nilai V pada Tabel 3.

Tabel 3. Nama-nama hari dalam siklus 35-harian (*selapanan*)

	Paing	*Pon*	*Wage*	*Kliwon*	*Legi*
Minggu *Radite*	$V = 0$ Minggu *Paing*	$V = 21$ Minggu *Pon*	$V = 7$ Minggu *Wage*	$V = 28$ Minggu *Kliwon*	$V = 14$ Minggu *Legi*
Senin *Soma*	$V = 15$ Senin *Paing*	$V = 1$ Senin *Pon*	$V = 22$ Senin *Wage*	$V = 8$ Senin *Kliwon*	$V = 29$ Senin *Legi*
Selasa *Anggara*	$V = 30$ Selasa *Paing*	$V = 16$ Selasa *Pon*	$V = 2$ Selasa *Wage*	$V = 23$ Selasa *Kliwon*	$V = 9$ Selasa *Legi*
Rabu *Buda*	$V = 10$ Rabu *Paing*	$V = 31$ Rabu *Pon*	$V = 17$ Rabu *Wage*	$V = 3$ Rabu *Kliwon*	$V = 24$ Rabu *Legi*
Kamis *Respati*	$V = 25$ Kamis *Paing*	$V = 11$ Kamis *Pon*	$V = 32$ Kamis *Wage*	$V = 18$ Kamis Kliwon	$V = 4$ Kamis *Legi*

Jumat *Sukra*	$V = 5$ Jumat *Paing*	$V = 26$ Jumat *Pon*	$V = 12$ Jumat *Wage*	$V = 33$ Jumat *Kliwon*	$V = 19$ Jumat *Legi*
Sabtu *Tumpak/ Saniscara*	$V = 20$ Sabtu *Paing*	$V = 6$ Sabtu *Pon*	$V = 27$ Sabtu *Wage*	$V = 13$ Sabtu *Kliwon*	$V = 34$ Sabtu *Legi*

Misalkan $d_{l,N} = d_{l,1949}$ menyatakan nama hari *selapanan* pada tanggal 1 Maret 1949 dan $d_{l,1600}$ menyatakan nama hari *selapanan* pada tanggal 1 Maret 1600. Hubungan keduanya:

$$d_{l,\mathrm{N}} = d_{l,1949} = 30 = d_{l,1600} + \text{banyaknya tahun} + L = d_{l,1600} + 13\, mod\, 35$$

Dengan demikian diperoleh $d_{l,1600} = 17$, artinya 1 Maret 1600 jatuh pada hari *selapanan* Rabu-*Wage*. Hasil ini bersesuaian dengan (Rosen, 1986: 134-37) yang menyatakan bahwa 1 Maret 1600 jatuh pada hari Rabu. Oleh karena $d_{l,1600} = 17$ maka Persamaan (13) dapat dinyatakan dengan

$$d_{l,N} = \left(124C + Y + [\![C/4]\!] + [\![Y/4]\!] - 11\right) mod\, 35 \tag{14}$$

Formula (14) dapat digunakan untuk menentukan nama hari *selapanan* pada setiap tanggal 1 Maret tahun $N, 1600 \le N \le 2000$ atau selama 400 tahun. Selanjutnya akan ditentukan formula untuk menentukan nama hari *selapanan* pada setiap tanggal 1 bulan apapun tahun N (tahun berapapun) dengan $1600 \le N \le 2000$.

Misalkan m adalah nomor urut bulan dengan $1 \le m \le 12$. Bulan Maret mempunyai nomor urut $m = 1$ dan seterusnya, sehingga nomor urut bulan Januari dan Februari adalah 11 dan 12.

Dalam Kalender Masehi, jumlah hari tiap bulan adalah 30 atau 31, kecuali Februari yang berumur 28 atau 29 hari. Dalam modulo 35, $30 \equiv 30\, mod\, 35$ dan $31 \equiv 31\, mod\, 35$. Selisih atau kenaikan antar bulan mulai 1 Maret – 1 April, 1 April – 1 Mei, ..., 1 Desember – 1 Januari dan 1 Januari – 1 Februari berturut-turut adalah 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31, dan 31. Rata-rata kenaikan adalah $377/11 = 30,\overline{63}$ = 30,6. Dengan menggunakan inspeksi dapat diperoleh

$$I_1 = [\![30,6 \cdot m - 30,2]\!] \tag{15}$$

atau

$$I_2 = [\![30,6 \cdot m + 1,8]\!] - 32 \tag{16}$$

Nama hari *selapanan* pada tanggal 1 bulan m tahun N adalah residu (sisa) positif terkecil dari $d_{1;l,m,N} = \left(d_{l,N} + I_1\right) mod\, 35$ atau $d_{2;l,m,N} = \left(d_{l,N} + I_2\right) mod\, 35$, diperoleh

$$d_{1;l,m,N} = \left(124C + Y + [\![C/4]\!] + [\![Y/4]\!] + [\![30,6 \cdot m - 30,2]\!] - 11\right) mod\, 35 \tag{17}$$

$$d_{2;l,m,N} = \left(124C + Y + [\![C/4]\!] + [\![Y/4]\!] + [\![30,6 \cdot m + 1,8]\!] - 8\right) mod\, 35 \tag{18}$$

Selanjutnya, nama hari *selapanan* pada tanggal k bulan m tahun N disimbolkan dengan $V = V_{l,k,m,N}$ diperoleh dengan menambahkan $(k-1)$ pada Persamaan (17) atau (18) sehingga diperoleh Persamaan (19) dan (20)

$$V_1 \equiv \left(k + [\![30,6 \cdot m - 30,2]\!] + 124C + Y + [\![Y/4]\!] + [\![C/4]\!] - 12\right)\ mod\, 35 \tag{19}$$

$$V_2 \equiv \left(k + [\![30,6 \cdot m + 1,8]\!] + 124C + Y + [\![Y/4]\!] + [\![C/4]\!] - 9\right)\ mod\, 35 \tag{20}$$

dengan

V_1, V_2 : nama hari pada siklus tigapuluh-lima harian (lihat Tabel 3).

Penyimbolan V_1 dan V_2 hanya untuk membedakan adanya dua rumus V. Jadi, $V_1 = V_2 = V$ pada Tabel 3.

Contoh 2

Dengan model *selapanan* 1 (Persamaan (19)) atau model *selapanan* 2 (Persamaan (20)) akan ditentukan nama hari *selapanan* pada saat Indonesia merdeka tanggal 17 Agustus 1945.

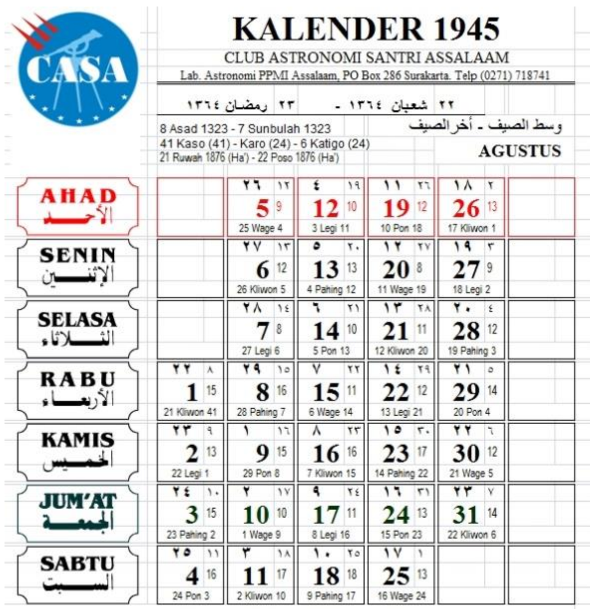
$$V = V_1 \equiv \left(k + [[30{,}6 \cdot m - 30{,}2]] + 124C + Y + [[Y/4]] + [[C/4]] - 12\right) \; mod \; 35$$

$$= 2574 \; mod \; 35 = 19 \;\; (\text{hari } \textit{selapanan} \text{ Jumat - } \textit{Legi})$$

$$V = V_2 \equiv \left(k + [[30{,}6 \cdot m + 1{,}8]] + 124C + Y + [[Y/4]] + [[C/4]] - 9\right) \; mod \; 35$$

$$= 2609 \; mod \; 35 = 19 \;\; (\text{hari } \textit{selapanan} \text{ Jumat - } \textit{Legi})$$

Gambar 1 memberikan bukti bahwa tanggal 17 Agustus 1945 jatuh pada hari Jumat – *Legi* (*sweet* – *Friday*).



Gambar 1. Tanggal 17 Agustus 1945 jatuh pada hari Jumat - *Legi* (*Sweet* - *Friday*)
http://www.bing.com/images/search?view=detailV2&ccid=04rbgmyI&id

Penggunaan Kalender Gregorian di Indonesia memadukan *saptawara* dan *pancawara*. Kombinasi tersebut menghasilkan 35 nama hari dan membentuk siklus 35-harian yang disebut *selapanan*. Penyebutan nama hari pada siklus 35-harian (*selapanan*) adalah dengan mendahulukan nama hari *saptawara*, diikuti nama hari *pancawara*. Nama-nama hari dalam siklus 35-harian tersebut diberikan pada tabel 3. Nilai $V = 0$ sampai dengan $V = 34$ menyatakan sisa dalam modulo 35, dengan merujuk pada Tabel 3.

Contoh 3

Tabel 4 mendaftarkan nama-nama hari *saptawara* untuk beberapa tanggal yang dipilih: 8 Juli 1633 (Dimulainya penggunaan Kalender Jawa), 1 Juni 1945 (Hari Lahir Pancasila), 17 Agustus 1945 (Kemerdekaan RI), dan tanggal-tanggal lainnya. Pada Tabel 4, digunakan model *saptawara* 1 (Persamaan (1)) untuk menetukan nama hari dalam 1 minggu dengan Minggu, Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu (kolom (2)), dan model *saptawara* 2 (Persamaan (12)) untuk menentukan nama hari dalam 1 minggu dengan $w_s = 0,1,2,3,4,5,6$ menyatakan Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu dan Minggu (kolom (3)). Kedua model *saptawara* memberikan hasil yang sama.

Tabel 4. Nama-nama hari dalam siklus 7, 5, dan 35-harian

Tanggal pada Kalender Gregorian	*Model Saptawara*		*Model Pancawara*				*Model Selapanan*	
	Model 1 Eq. (1)	Model 2 Eq. (12)	Model 2 Eq. (2)	Model 2 Eq. (3)	Model 3 Eq. (4)	Model 4 Eq. (5)	Model 1 Eq. (19)	Model 2 Eq. (20)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1 Maret 1600	-25 = 3 Rabu	-26 = 2 Rabu	68 = 3 *Wage*	68 = 3 *Wage*	71 = 1 *Wage*	71 = 1 *Wage*	1.977=17 Rabu *Wage*	2.012=17 Rabu *Wage*
8 Juli 1633	33 = 5 Jumat	32 = 4 Jumat	85 = 0 *Legi*	85 = 0 *Legi*	88 = 3 *Legi*	88 = 3 *Legi*	2.147=12 Jumat *Wage*	2.182=12 Jumat *Wage*
1 Jun1 1945	33 = 5 Jumat	32 = 4 Jumat	93 = 3 *Wage*	93 = 3 *Wage*	96 = 1 *Wage*	96 = 1 *Wage*	2497=12 Jumat *Wage*	2.532=12 Jumat *Wage*
17 Agustus 1945	54 = 5 Jumat	53 = 4 Jumat	110 = 0 *Legi*	110 = 0 *Legi*	113 = 3 *Legi*	113 = 3 *Legi*	2.574 = 19 Jumat *Legi*	2 609 = 19 Jumat *Legi*
1 Maret 1949	30 = 2 Selasa	29 = 1 Selasa	92 = 2 *Pon*	92 = 2 *Pon*	95 = 0 *Pon*	95 = 0 *Pon*	2.410=30 Selasa *Paing*	2.445=30 Selasa *Paing*
1 Januari 1900	120 = 2 Selasa	119 = 1 Selasa	86=1 *Paing*	86=1 *Paing*	89-4 *Paing*	89=4 *Paing*	2.655=30 Selasa *Paing*	2.690=30 Selasa *Paing*
1 Maret 1982	71 = 1 Senin	70 = 0 Senin	100 = 0 *Legi*	100 = 0 *Legi*	103 = 3 *Legi*	103 = 3 *Legi*	2.451=1 Senin *Pon*	2.485=1 Senin *Pon*

Tabel 4 meringkas semua hasil yang telah diperoleh sebelumnya dengan menggunakan semua model yang diperoleh. Dapat dilihat bahwa nama hari *selapanan* untuk setiap tanggal merupakan kombinasi antara nama hari *saptawara* dan *pancawara*.

Untuk setiap tanggal yang dipilih, model *saptawara* memberikan hasil yang sama. Demikian juga keempat model *pancawara*, juga memberikan hasil yang sama. Hasil yang sama juga diberikan oleh kedua model *selapanan*. Model *selapanan* pada Tabel 4 berhasil mengonfirmasi kebenaran nama hari *saptawara*. Namun, pada beberapa kasus, model selapanan gagal mengonfimrasi kebenaran nama hari *pancawara*. Terdapat beberapa hasil yang berbeda. Misalkan 8 Juli 1633, 1 Maret 1949 dan 1 Maret 1982. Hipotesis yang dapat diajukan adalah adanya perubahan kuruf dalam Kalender Jawa sehingga perlu penyesuaian urutan hari-hari *pasaran*.

Contoh 4

Tabel 5 memberikan nama-nama hari *saptawara, pancawara* dan *selapanan* untuk beberapa peristiwa penting di dunia dan Indonesia. Hasil yang diperoleh memperlihatkan bahwa nama hari *selapanan* sesuai dengan kombinasi nama hari *saptawara* dan *pancawara*. Dalam Contoh 4 digunakan model *saptawara* 1 (Persamaan (1)), model *pancawara* 3 (Persamaan (4)), dan model *selapanan* 2 (Persamaan (20)).

Tabel 5 memberikan petunjuk bahwa model selapanan berhasil dengan tepat mengonfirmasi model *saptawara* dan *pancawara*. Hal ini ditunjukkan dengan hasil yang tepat sama antara ketiga model tersebut.

Namun, hasil dari Tabel 5 memberikan perbedaan dengan data yang diperoleh dari Prasasti Pakubuwono X. Data yang terpahat pada Prasasti Pakubuwono X mencatat waktu berjalan lebih cepat 7 hari. Dengan formula yang diperoleh, 28 September 1938 jatuh pada hari Senin-*Paing* (V = 15). Sedangkan Prasasti Pakubuwono X yang mencatat tanggal 28 September 1938 jatuh pada Senin-*Wage* (V = 22). Hipotesis yang dapat diajukan adalah adanya perubahan kuruf dalam Kalender Jawa. Hal ini memerlukan analisis lebih lanjut.

Tabel 5. Nama hari *saptawara, pancawara* dan *selapanan* untuk beberapa tanggal pada kalender Gregorian

Tanggal dan Peristiwa	*k, m, C, Y*	*Sapta Wara* Eq. (1)	*Panca Wara* Eq. (5)	*Selapanan* Eq. (19)
DUNIA				
6 Mei 1692 Peter Minuit membeli Manhattan dari penduduk pribumi Indian	6, 3, 16, 92	100=2 Selasa	107=2 *Kliwon*	2.158=23 Selasa-*Kliwon*
15 Juni 1752 Benyamin Franklin berinvestasi pada *lightening road*	15, 4, 17, 52	60=4 Kamis	66=1 *Wage*	2.272=32 Kamis-*Wage*
4 Juli 1776 Kemerdekaan Amerika Serikat	4, 5, 17, 76	81=4 Kamis	85=0 *Pon*	2.321=11 Kamis-*Pon*
30 Maret 1867 Amerika membeli Alaska dari Rusia	30, 1, 18, 67	83=6 Sabtu	96=1 *Wage*	2.337=7 Sabtu-*Wage*
17 Maret 1888 *Great blizzard* di bagian timur Amerika Serikat	17, 1, 18, 88	97=6 Sabtu	110=0 *Pon*	2.351=6 Sabtu-*Pon*
15 Februari 1898 Penyerangan Teluk Harbour	15, 12, 18, 97	135=2 Selasa	126=1 *Wage*	2.697=2 Selasa-*Wage*
1 Januari 1900 Hari pertama abad ke-20	1, 11, 18, 99	120=1 Senin	113=5 *Legi*	2.654=29 Senin-*Legi*
2 Juli 1925	2, 5, 19, 25	11=4 Kamis	17=2 *Kliwon*	2.503=18 Kamis-*Kliwon*
16 Juli 1945	16, 5, 19, 45	50=1	56=1	2.542=22

Bom atom pertama diledakan		Senin	Wage	Senin-Wage
20 Juli 1969 Pendaratan manusia di bulan	20, 5, 19, 69	84: 0 Minggu	90=0 Pon	2.576=21 Minggu-Pon
9 Agustus 1974 Nixon Resign	9, 6, 19, 74	82=5 Jumat	86=1 Wage	2.602=12 Jumat-Wage
28 Maret 1979 Three miles island	28, 3, 19, 79	94=3 Rabu	108=3 Legi	2.474=24 Rabu-Legi
INDONESIA				
26 September 1938 Prasasti Pakubuwono X	26, 7, 19, 38	57=1 Senin	59=4 *Paing*	2.640=15 Senin-*Paing*
23 Februari 1971 Hari lahir penulis pertama	23, 12, 19, 70	107=2 Selasa	99=4 *Paing*	2.795=30 Selasa-*Paing*

SIMPULAN

Dalam artikel ini dihasilkan sebuah formula matematika untuk penentuan nama hari pada siklus tujuh harian (*saptawara*) dan dua buah formula matematika untuk penentuan nama hari pada siklus tiga-puluh-lima harian (*selapanan*). Sebelumnya, telah diperoleh empat buah formula matematika untuk penentuan nama hari pada siklus lima harian (*pancawara*) dan sebuah formula matematika untuk penentuan nama hari pada siklus tujuh harian (*saptawara*).

Hasil penelitian menunjukkan bahwa nama hari *selapanan* merupakan kombinasi antara nama hari *saptawara* dengan *pancawara*. Namun, terdapat hasil yang menyimpang dari ketentuan tersebut. Hipotesis yang dapat diajukan adalah adanya perubahan kuruf dalam Kalender Jawa. Dengan demikian, hal ini memerlukan analisis lebih lanjut.

REFERENSI

Burton, D.M. (2007). *Elementary Number Theory*. 6th Ed. Boston: Mc. Graw-Hill.

Dutka, J. (1988). On the Gregorian Revision of the Julian Calendar. *Math. Intelligencer*, 10: 56-64.

Kurnia, A.D., Jauhara, L.K., Sugandha, A., Prabowo, A., dan Tripena, A. (2015). Aplikasi Teori Kekongruenan untuk Mengkonversikan Hari Saptawara dan Pancawara pada Kalender Masehi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Diponegoro Tahun 2015,* dalam Puspita, N.P., (eds.), UNDIP, Semarang: 20-24.

Moyer, G. (1982). The Gregorian Calendar. *Sci. Amer*., 246(5): 144-152.

Prabowo, A dan Sukono. (2021). Determination of Missing Digit on the Year Number of Prasasti Sirah Keting. *International Journal of Ethno-Sciences and Education Research*, 1 (1): 25-35.

Prabowo, A. (2021). *Tinjauan Matematis terhadap Kalender Aboge*. Purwokerto: Penerbit Unsoed Press.

Prabowo, A. Sugianto, and Triwahyuni, I. (2015). Tiga Cara Menentukan Nama Wuku dalam Pawukon Saka. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 7 (1): 30-47.

Prabowo, A. Sukono, Mamat, M., Wahyudin, and Budiono, R. (2020a). Mathematical Model for Commemoration of Death in Javanese Tradition. *International Journal of Advanced Science and Technology*. 29 (5): 162-168.

Prabowo, A., Mamat, M., Sukono, and Napitupulu, H. (2017a). The Mathematical Formula for Determining the Name of the Pancawara Day on the Masehi Calendar. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, 51 (2): 162-166.

Prabowo, A., Mamat, M., Sukono, Sidi, P. and Wahyudin. (2020b). Ethnomodelling: Aboge Cikakak Calendar Convertion into Gregorian Calendar using Brute Force Algorithm. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29 (7): 1633-1646.

Prabowo, A., Sidi, P., Mamat, M., and Sukono. (2017b). Mathematical Model for Determining of Wuku Name in Javanese Culture in Indonesia. *Journal of Engineering and Applied Science*, 12 (18): 4613-4616.

Rickey, V.F. (1985). Mathematics of the Gregorian Calendar. *Math. Intelligencer*, 7: 53-56.

Rosen, K.H. (1986). *Elementary Number Theory and Its Applications*. Massachuset: Addison-Wesley Publishing Company.

Sivaraman, R. (2020). Determining Day of Given Date Mathematically. *Mathematics and Statistics*, 8(5): 590-595.

Upsensky, J.V. dan Heaslet, M.A. (1939). Elementary Number Theory. New York: McGraw-Hill.