

ESTIMASI NILAI VALUE AT RISK PORTOFOLIO MENGGUNAKAN METODE t-COPULA

Komang Dharmawan (k.dharmawan@unud.ac.id)

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Udayana, Jalan Kampus Udayana, Bali 80361

ABSTRACT

Value at Risk is a tool used to measure the risk of loss on a specific portfolio investment. Value at Risk is the maximum loss of investment of financial products with a given confidence level over a given period of time. Several methods have been developed to estimate Value at Risk, such as historical data simulations, Monte Carlo simulations, GARCH(1,1) method, EWMA etc. However, those methods are considered to be unable to explain the structure of dependence among random variables constructing the portfolios. By using copula functions, the dependence among assets in multivariate distributions can be modeled for which the behavior of the marginal can be observed in more detail. In this paper, t-copula function is used to model the dependence structure of the multivariate distribution of asset return portfolio. t-copula is able to model and estimate the t-student multivariate distribution without need to assume the normality of the random variables. t-copula function needs i.i.d. (independent and identically distributed) characterization of data. The empirical data used in this research is Jakarta Stock Exchange index dan Kualalumpur Stock Exchange index recorded during the period of 30 May 2008 to 30 May 2013 (1270 observations). The Value at Risk estimated uses the time horizon 22 days with confidence levels of 90%, 95%, and 99%. Comparing with normal (Gaussian) copula, t-copula performs better than Gaussian copula. This result agrees with the literature, even the difference in our result is not quit significant.

Keywords: GARCH(1,1), t-Copula, value at risk

ABSTRAK

Value at Risk merupakan suatu alat yang dipakai untuk mengukur risiko investasi. *Value at Risk* menjelaskan besarnya kerugian terburuk yang terjadi pada investasi dalam produk finansial dengan tingkat kepercayaan tertentu dan dalam interval waktu tertentu. Beberapa metode telah dikembangkan untuk menaksir *Value at Risk*, seperti simulasi data historis, simulasi Monte Carlo, GARCH(1,1), EWMA, dan lain-lain. Namun, metode-metode tersebut masih dianggap tidak dapat menjelaskan struktur keterkaitan masing-masing variabel random yang membentuk portofolio tersebut. Dengan menggunakan fungsi copula, keterkaitan masing-masing saham dalam distribusi gabungannya dapat dimodelkan sehingga perilaku distribusi marginalnya dapat diamati dengan lebih detail. Pada makalah ini t-copula digunakan untuk memodelkan struktur kebergantungan (dependence) pada distribusi gabungan tingkat pengembalian portofolio. Fungsi t-copula adalah bentuk umum dari fungsi distribusi multivariat t-student, dimana t-copula dapat memodelkan dan mengestimasi distribusi multivariat t-student tanpa harus mengasumsikan variabel-variabel acaknya berdistribusi normal. Dalam analisi data, fungsi t-copula membutuhkan data yang saling bebas dan identik dalam distribusi (iid). Data empiris yang digunakan dalam penelitian ini adalah data indeks *Jakarta Stock Exchange* dan indeks *Kuala Lumpur Stock Exchange* dicatat pada kurun waktu 30 Mei 2008 sampai 30 Mei 2013 (1270 observasi). *Value at Risk* yang dihitung menggunakan periode horizon $T=22$ hari kedepan untuk tingkat kepercayaan masing-masing 90%, 95%, 99%. Dibandingkan dengan Gaussian copula, t-copula memberikan hasil yang lebih baik. Hasil ini sesuai dengan teori, walaupun perbedaannya tidak terlalu signifikan.

Kata kunci: GARCH(1,1), t-Copula, value at risk

Pengukuran risiko merupakan hal yang sangat penting pada bidang investasi. Dengan diketahuinya risiko, maka kebijakan investasi dapat dilakukan dengan lebih terukur. Dalam pengelolaan risiko, hal utama yang harus dilakukan adalah mengidentifikasi penyebab risiko itu. Misalnya, dalam mengidentifikasi risiko portofolio, saham-saham yang membentuk portofolio yang dianggap berisiko harus dievaluasi performanya. Untuk mengevaluasi saham-saham pembentuk portofolio diperlukan adanya suatu metode akurat yang dapat mengukur risiko tersebut sehingga pengelolaan risiko dapat lebih terkendali. Terdapat beberapa teori yang menjelaskan bagaimana cara mengukur risiko, seperti *Value at Risk* (VaR), *Expected-Shortfall* (ES), atau *return-level* (Gilli & Kellezi, 2006). Salah satu metode yang berkembang pesat dan sangat populer digunakan saat ini adalah *Value-at-Risk* (VaR) dan sudah menjadi alat ukur yang standar dalam menghitung risiko.

VaR merupakan alat ukur yang dapat menghitung besarnya kerugian terburuk yang terjadi pada portofolio saham dengan tingkat kepercayaan tertentu dan dalam periode waktu tertentu. Keakuratan alat ukur ini merupakan hal yang sangat penting dalam menentukan besarnya modal yang harus disediakan oleh perusahaan untuk menanggulangi kerugian yang mungkin terjadi. Hal ini disebabkan karena semakin besar risiko dalam suatu portofolio, maka akan semakin besar juga kerugian yang dihadapi dengan tingkat probabilitas tertentu. Berdasarkan hal tersebut, saat ini metode perhitungan VaR mendapat perhatian yang sangat khusus oleh para praktisi atau peneliti pasar saham untuk dikembangkan, sehingga nantinya dapat diperoleh metode perhitungan VaR yang lebih akurat.

Memperhatikan dengan seksama distribusi kerugian suatu portofolio, investor dapat mengetahui bahwa kerugian yang besar dapat dipengaruhi oleh faktor-faktor risiko secara simultan, jadi distribusi kerugian bergantung pada distribusi gabungan dari beberapa faktor risiko (Franke, 2008). Berdasarkan hal tersebut, pengetahuan mengenai distribusi gabungan dari faktor-faktor risiko adalah hal yang sangat mendasar dalam meneliti dan menghitung *Value-at-Risk*. Cara konvensional dalam memodelkan distribusi gabungan dari tingkat pengembalian suatu produk finansial adalah dengan penghampiran distribusi normal multivariat. Ini berarti bahwa, struktur ketergantungan dari variabel acak tingkat pengembalian diasumsikan tetap atau asumsi-asumsi berikut ini harus dipenuhi, seperti tingkat pengembalian berdistribusi simetris, ekor distribusi tingkat pengembalian tidak terlalu gemuk (*heavy tail*), dan masing-masing variabel acak bergantung secara linier.

Penjelasan secara empiris terhadap asumsi-asumsi di atas sampai saat ini belum didapatkan, sehingga model alternatif yang memiliki struktur ketergantungan lebih fleksibel dan memiliki distribusi marginal yang lebih bebas sangat diperlukan (Franke, 2008). Disebutkan juga oleh Embrechts, Hoeing, dan Juri. (2001), bahwa mengasumsikan harga saham yang membentuk portofolio memiliki struktur korelasi linear akan dapat menimbulkan masalah yang serius dalam pengambilan keputusan. Diungkapkan juga dalam Huang *et. al.* (2009) bahwa korelasi linear dapat menyebabkan kesalahan interpretasi data yang serius. Hal ini disebabkan oleh karena korelasi linear tidak invariant (*independent and identically distributed*) dalam transformasi taklinear.

Model Alternatif yang memiliki karakteristik seperti disebutkan di atas adalah Copula. Copula dapat mengatasi masalah-masalah yang disebutkan di atas dan dapat diterapkan dalam kasus yang lebih luas (Nelson, 1999). Copula adalah bentuk umum dari distribusi multivariat dimana struktur dependensi disajikan dalam bentuk yang lebih terstruktur. Fungsi *t-copula* adalah salah satu dari keluarga Copula yang menyajikan distribusi multivariat *t-student*. Selain itu, fungsi *t-copula* dapat memodelkan dan mengestimasi distribusi multivariat *t* tanpa harus mengasumsikan variabel-variabel acaknya berdistribusi normal. Penerapan copula dalam finansial diawali dari publikasi jurnal

mengenai aplikasi copula dalam manajemen risiko oleh Embrechts, McNeill, dan Straumann (1999), Li (1999), dan Hamilton, James, dan Webber (2001).

Teori Copula

Copula adalah suatu fungsi yang menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi gabungan. Kata Copula berasal dari bahasa latin yang berarti mengikat. Konsep Copula pertama kali dipopulerkan pada tahun 1959 oleh seorang matematikawan Abe Sklar yang teoremanya sekarang dikenal dengan nama Teorema Sklar. Dalam teorema tersebut, copula digambarkan sebagai suatu fungsi yang menjaring berbagai bentuk distribusi marginal ke suatu bentuk distribusi gabungan. Dalam ruang lingkup teori probabilitas, distribusi gabungan dapat dibentuk ke dalam struktur kebergantungan yang mempresentasikan suatu copula ke dalam distribusi-distribusi marginalnya yang dikaitkan dengan variabel acak. Jadi copula memakai dua atau lebih variabel acak dengan distribusi marginal yang dapat berbeda.

Selain yang disebutkan di atas, ada beberapa alasan lain mengapa kita perlu menggunakan copula untuk memodelkan keterkaitan satu variabel acak dengan variabel acak lainnya. Pertama, copula dapat memberikan pengertian yang lebih mendalam mengenai keterkaitan satu variabel acak dengan variabel acak lainnya. Kedua, copula memberikan fasilitas untuk mengkonstruksi suatu kasus yang menimbulkan kesalahan interpretasi dalam menggunakan pendekatan korelasi linear. Ketiga, copula dapat memberikan gambaran mengenai keterkaitan antar variabel acak pada skala kuantil yang sangat bermanfaat dalam menjelaskan keterkaitan dalam kejadian ekstrim (Cherubini, Luciano, & Vecchiato, 2004, Hotta, Lucas, dan Palaro, 2008).

Definisi 1. Copula berdimensi d adalah suatu fungsi distribusi yang terdefinisi pada interval $[0, 1]^d$ dimana distribusi marginalnya adalah distribusi seragam. Jadi copula dapat ditulis dalam bentuk $C(u) = C(u_1, \dots, u_d)$ untuk menyatakan fungsi distribusi multivariate.

Teorema 1. (Sklar) Jika F adalah suatu fungsi distribusi gabungan dengan fungsi distribusi marginal F_1, \dots, F_d , maka terdapat suatu copula $C : [0, 1]^d \rightarrow [0, 1]$ demikian sehingga, untuk semua x_1, \dots, x_d di $R = (-\infty, \infty)$ memenuhi

$$F(x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) \quad (1)$$

Jika fungsi marginal adalah kontinu maka C adalah tunggal. Dalam kasus X suatu vektor dengan komponen acak dan memiliki fungsi distribusi F maka copula C dapat ditulis dalam bentuk

$$C(u_1, \dots, u_d) = P(F_1(X_1) \leq u_1, \dots, F_d(X_d) \leq u_d) \quad (2)$$

atau dapat ditulis dalam skala kuantil

$$C(u_1, \dots, u_d) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_d^{-1}(u_d)) \quad (3)$$

Di mana $u_i = F_i(x_i)$, $i = 1, \dots, d$ dan F_i^{-1} ($i = 1, \dots, d$) adalah invers dari F_i ($i = 1, \dots, d$). Bukti dari Teorema Sklar di atas dapat dibaca pada Nelson (1999).

Definisi 2. (Dependence) Misalkan $X = (X_1, \dots, X_d)^T$ adalah suatu vektor dengan komponen variabel acak yang memiliki distribusi gabungan F dan fungsi distribusi marginal F_1, \dots, F_d , maka komponen dari X dikatakan saling bebas jika dan hanya jika

$$C^{ind} = \prod_{i=1}^d u_i \quad \forall x \quad (4)$$

Teorema 2. (Frechet bounds) Untuk setiap fungsi distribusi multivariat $F(x)$ dengan fungsi distribusi marginal F_1, \dots, F_d , maka batas nilai dari copula diberikan oleh

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^d u_i + 1 - d, 0 \right\} C(u) \leq \min\{u_1, \dots, u_d\} \quad (5)$$

Definisi 3. (Gaussian Copula) Misalkan X adalah vektor acak yang berdistribusi $X \sim N(0, \rho)$ dengan ρ adalah matriks korelasi, maka Gaussian copula dapat didefinisikan sebagai:

$$C_{\rho}^{Gauss}(u) = Pr(\phi(X_1) \leq u_1, \dots, \phi(X_d) \leq u_d) = \Phi_{\rho}(\phi^{-1}(u_1), \dots, \phi^{-1}(u_d)) \quad (6)$$

Di mana ϕ adalah fungsi distribusi dari normal standar univariat dan Φ_{ρ} adalah fungsi distribusi gabungan dari vektor acak X . C_{ρ}^{Gauss} memiliki sejumlah $d(d-1)/2$ parameter. Untuk normal bivariat ($d=2$) hanya ada satu parameter yaitu ρ yang merupakan koefisien korelasi linear.

Definisi 4. (t-Copula) Misalkan X adalah vektor acak yang memiliki distribusi $X \sim t_d(v, 0, \rho)$ dimana v adalah derajat kebebasan dari vektor acak X dan ρ adalah matriks korelasi. Fungsi t-copula adalah suatu fungsi tunggal dari vektor acak X yang didefinisikan sebagai:

$$C_{v, \rho}^t(u) = Pr(t_v(X_1) \leq u_1, \dots, t_v(X_d) \leq u_d) = t_{v, \rho}(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_d)) \quad (5)$$

dimana t_v adalah fungsi distribusi univariat t-student dan $t_{v, \rho}$ adalah fungsi distribusi gabungan dari vektor acak $X \sim t_d(v, 0, \rho)$.

Value at Risk

Misalkan $w = (w_1, \dots, w_d)^T \in R^d$ adalah adalah suatu portofolio pada d saham dan $S_t = (S_{[1,t]}, \dots, S_{[d,t]})^T$ merupakan vektor acak yang merepresentasikan harga saham pada periode ke- t , dimana t merupakan indeks waktu. Nilai V_t pada portofolio dengan bobot w didefinisikan sebagai berikut:

$$V_t = \sum_{j=1}^d w_j S_{j,t} \quad (6)$$

Variabel acak:

$$L_{t+\tau} = (V_{t+\tau} - V_t) \quad (7)$$

adalah fungsi keuntungan (*profit*, P) dan kerugian (*loss*, L) yang mengekspresikan suatu perubahan dalam nilai portofolio dalam interval waktu τ . Jika $X_{t+\tau}$ mengekspresikan nilai logaritma dari tingkat

pengembalian dari saham dengan harga S_t dalam periode τ , maka untuk $\tau = 1$ persamaan (2) dapat ditulis:

$$L_{t+1} = \sum_{j=1}^d w_j S_{j,t} \{e^{R_{j,t+1}} - 1\} \quad (8)$$

dengan $X_{t+\tau} = \log S_{t+\tau} - \log S_t$. Fungsi distribusi dari variabel acak L dapat diumuskan sebagai berikut:

$$F_L(x) = Pr(L \leq x) \quad (9)$$

dengan x adalah nilai variabel acak X dan indeks waktu dihilangkan. Nilai *value at risk* pada tingkat kepercayaan α pada portofolio w dirumuskan sebagai kuantil α dari $F_L(x)$ sebagai berikut:

$$VaR(\alpha) = F_L^{-1}(\alpha) \quad (10)$$

Mengacu ke persamaan (3) dan (4). F_L bergantung pada distribusi variabel acak F_X yang berdimensi d . Secara umum F_L merupakan fungsi distribusi kerugian yang bergantung pada suatu proses random dari faktor-faktor risiko yang mempengaruhi kerugian maupun keuntungan dari suatu portofolio.

Misalkan portofolio dari tingkat pengembalian yang terdiri atas dua buah saham, maka $Z = wX + (1-w)Y$, $w \in [0, 1]$

dengan X dan Y adalah tingkat pengembalian dari kedua saham dan w adalah proporsi dana yang diinvestasikan pada kedua saham. Dengan demikian fungsi distribusi dari tingkat pengembalian portofolio (r_p) adalah

$$\begin{aligned} F(Z) &= Pr(wX + (1-w)Y \leq z) = Pr(X \leq (1/w)z - ((1-w)/w)y), \quad Y = y \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{\frac{1}{w}z - \frac{1-w}{w}y} C(F_1(x), F_2(y)) f_1(x) dx \right) f_2(y) dy \end{aligned} \quad (11)$$

Logaritma tingkat pengembalian, X_t , baik itu kerugian maupun keuntungan dapat dirumuskan dalam bentuk:

$$X_{j,t} = \mu_{j,t} + \sigma_{j,t} \varepsilon_{j,t} \quad (12)$$

dengan $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \dots, \varepsilon_{d,t})^T$ adalah inovasi yang bersifat *iid* yang sudah distandarkan dan memiliki sifat $E[\varepsilon_{j,t}] = 0$ dan $E[\varepsilon_{j,t}^2] = 1$ untuk $j = 1, \dots, d$. Jika \mathcal{F}_t adalah informasi yang tersedia pada saat t maka rataan dan varians dari proses tingkat pengembalian X_t dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\mu_{j,t} = E[X_{j,t} | \mathcal{F}_{t-1}] \quad (13)$$

yang merupakan rataan bersyarat apabila \mathcal{F}_t diketahui. Sedangkan

$$\sigma_{j,t}^2 = E[(X_{j,t} - \mu_{j,t})^2 | \mathcal{F}_{t-1}] \quad (14)$$

adalah varians bersyarat apabila \mathcal{F}_t diketahui. Proses \mathcal{F}_t dikenal juga dengan nama filtrasi (filtration). Sifat-sifat dari \mathcal{F}_t yang lebih rinci dapat dibaca pada buku-buku proses stokastik atau probabilitas karangan Fleming dan Soner (1993) atau Karatzas dan Shreve (1991).

METODE

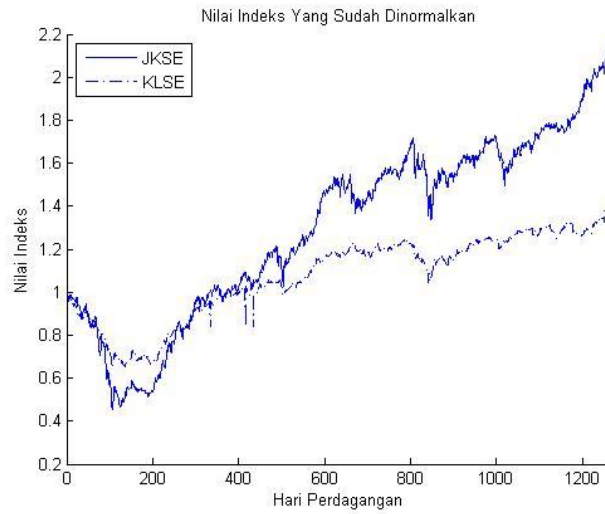
Data yang digunakan adalah data sekunder yaitu data indeks JKSE (Jakarta Stock Exchange) dan indeks KLSE (Kualalumpur Stock Exchange) pada kurun waktu 30 Mei 2008 sampai 30 Mei 2013 (1270 observasi). Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Untuk melihat perilaku pergerakan kedua indeks saham tersebut, maka kedua data tersebut diplot terlebih dahulu. Kemudian tingkat pengembalian masing-masing indeks dihitung menggunakan formula $X_{t+1} = \log S_{t+1} - \log S_t$.
2. Uji kestasioneran perlu dilakukan, untuk melihat apakah data tingkat pengembalian yang dihitung pada langkah 1 memiliki sifat autokorelasi atau apakah data tersebut sudah stasioner? Oleh karena itu, plot ACF perlu dilakukan. Fungsi autocorr() dalam MATLAB dapat dipakai untuk melihat sifat autokorelasi data tersebut.
3. Seperti diungkapkan dalam beberapa hasil penelitian bahwa data finansial bersifat heteroskedastik (Huang *et. al.*, 2009; Hotta, Lucas, & Palaro, 2008). Untuk menghilangkan sifat heteroskedastik pada data maka perlu dilakukan penyaringan (filter) terhadap data tersebut. Dalam penelitian ini penyaringan data dilakukan dengan model GARCH(1,1). Hasil dari penyaringan ini adalah data yang bersifat *iid* (identically independent distributed), yaitu suatu data yang berdistribusi identik dengan data aslinya dan masing-masing data bersifat saling bebas.
4. Tahap berikutnya adalah melakukan estimasi parameter pada fungsi *t*-copula. Dalam tahap ini koefisien korelasi *kendall's tau* dan derajat kebebasan (DoF) dihitung menggunakan metode maksimum *likelihood*.
5. Setelah parameter dari fungsi *t*-copula diketahui maka dilakukan simulasi untuk mendapatkan data yang menyerupai data aslinya.
6. Tahapan berikutnya adalah menentukan tingkat pengembalian portofolio. Tahap ini terdiri atas pembangkitan bilangan acak yang bersifat *iid* dengan menggunakan simulasi Monte Carlo. Secara keseluruhan langkah-langkah yang dilakukan dapat dirangkum sebagai berikut:
 - Tentukan jangka waktu peramalan VaR.
 - Tentukan bobot masing-masing saham pada portofolio.
 - Simulasikan tingkat pengembalian portofolio dengan menggunakan *t*-copula dan *Gaussian copula*.
 - Menentukan tingkat pengembalian kumulatif
 - Menentukan nilai VaR dengan selang kepercayaan 90%, 95%, dan 99%,

HASIL DAN PEMBAHASAN

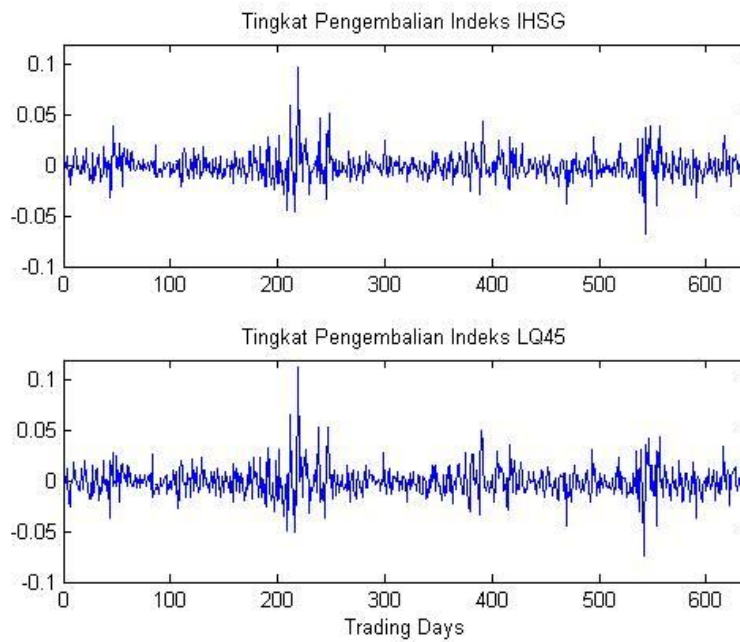
Untuk melihat perbedaan hasil dengan metode lain, maka VaR hasil perhitungan menggunakan *t*-copula akan dibandingkan dengan VaR hasil perhitungan menggunakan *Gaussian* (Normal) copula, hasilnya disajikan dalam Tabel 1. Gambar 1. Menyajikan pergerakan nilai indeks JKSE dan KLSE yang sudah dinormalkan pada kurun waktu 30 Mei 2008 sampai 30 Mei 2013 (1270 observasi).

Dari Gambar 1 terlihat nilai indeks JKSE mendominasi indeks KLSE beberapa tahun terakhir. Mengamati lebih seksama, terlihat bahwa indeks JKSE menunjukkan adanya *trend* yang meningkat secara signifikan dibandingkan dengan indeks KLSE



Gambar 1. Data indeks harga saham penutupan

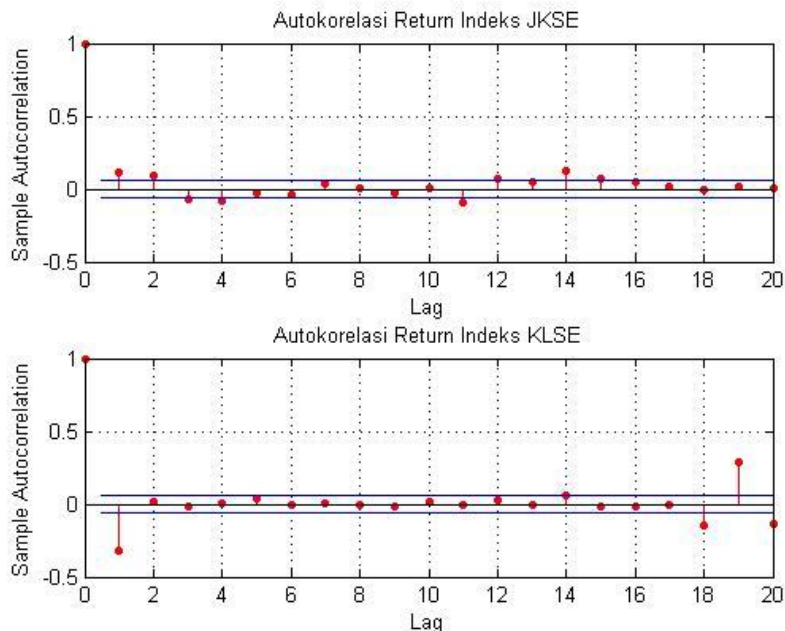
Untuk melihat adanya *volatility clustering* pada data, kedua data tingkat pengembalian (return) disajikan seperti dalam Gambar 2.



Gambar 2. Tingkat pengembalian (return) indeks saham

Dari Gambar 2 terlihat bahwa data tingkat pengembalian (return) menunjukkan adanya perubahan yang cukup tinggi pada fase tertentu (pada hari ke-1-ke-200) kemudian diikuti oleh perubahan yang tidak begitu tinggi pada fase berikut, dinamika ini yang dalam finansial dikenal dengan istilah *volatility clustering*. Untuk melihat kestasioneran, plot ACF data return dilakukan seperti pada Gambar 3.

Tampak bahwa data return menunjukkan adanya pola ketakstasioneran. Hal ini sesuai dengan apa yang diungkapkan oleh beberapa peneliti, misalnya Huang *et. al.* (2009) atau Hotta, Lucas, & Palaro (2008). Mengadopsi hasil penelitian yang dilakukan oleh Bouyé *et. al.* (2000; 2001) dan Bouyé (2001) bahwa data finansial umumnya bersifat heteroskedastik, maka perlu dilakukan penyaringan atau penghilangan sifat heteroskedastik dengan menggunakan model GARCH(1,1). Selain itu, untuk menghilangkan sifat ekor gemuk yang umumnya terjadi pada data saham, maka residu masing-masing indeks dimodelkan dengan distribusi student t standar, yaitu $z_t = \varepsilon_t/\sigma_t$ i.i.d berdistribusi $t(\nu)$.



Gambar 3. ACF data tingkat pengembalian

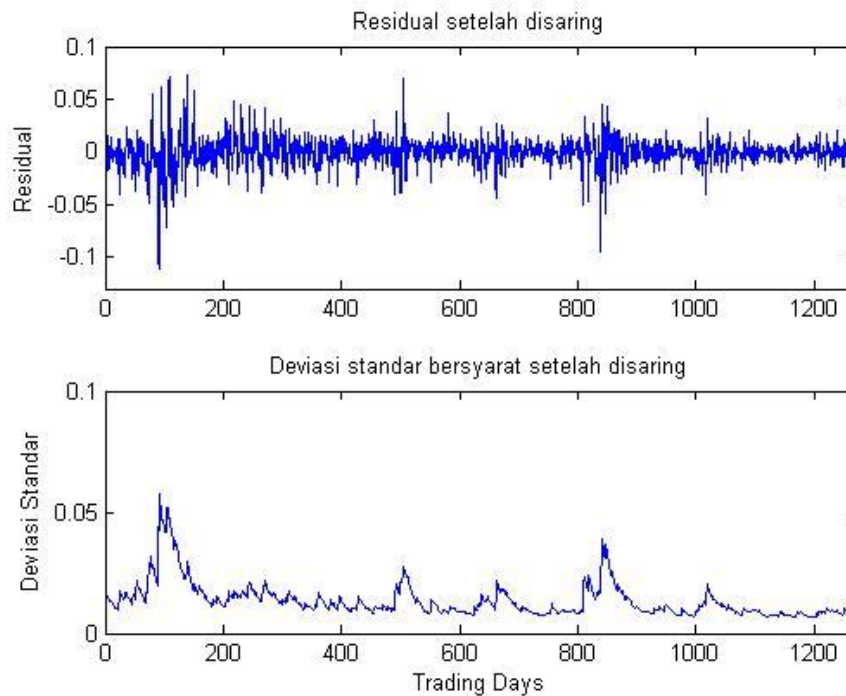
Nampak dari Gambar 4 data residual yang sudah disaring menunjukkan adanya kestasioneran dengan harapan sifat heteroskedastik juga hilang. Data residu di atas sudah bersifat *iid*. Selanjutnya, parameter t -copula diestimasi menggunakan metode maksimum likelihood. Sehingga diperoleh parameter t -copula yang terdiri atas ρ dan derajat kebebasan (ν). Dalam MATLAB, kedua parameter dihitung menggunakan fungsi:

```
[R, DoF] = copulafit('t', U, 'Method', 'ApproximateML');
```

Meghasilkan matriks korelasi:

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0.5002 \\ 0.5002 & 1 \end{pmatrix}$$

dengan derajat kebebasan $\nu = 4.3770$. Hasil ini menunjukkan hubungan yang cukup signifikan antara indeks JKSE dan indeks KLSE. Hasil ini memang sesuai dengan plot data indeks pada Gambar 1.



Gambar 4. Data residual yang sudah disaring dan deviasi standar bersyarat

Simulasi data dilakukan dengan membangkitkan sejumlah bilangan acak berbasis *t*-copula dengan parameter yang telah diperoleh pada estimasi di atas. Dalam MATLAB simulasi ini dapat dilakukan dengan menggunakan fungsi `copularnd(t, R, DoF, horizon * nTrials)`.

Setelah mendapatkan data simulasi tingkat pengembalian dari portofolio dengan bobot tertentu, maka *VaR* portofolio ditentukan dengan menghitung kuantil sebesar tingkat kepercayaan yang telah ditentukan.

Setelah mendapatkan data simulasi tingkat pengembalian dari portofolio dengan bobot tertentu, maka *VaR* portofolio ditentukan dengan menghitung kuantil sebesar tingkat kepercayaan yang telah ditentukan. Perbandingan 2 model *VaR*, yaitu yang dihitung menggunakan copula normal (Gaussian) dan *t*-copula untuk horizon 22 hari disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1 menunjukkan adanya kesesuaian antara nilai teoritis dan nilai empiris. Cosin, Schellhom, Song, dan Tungson (2010) menjelaskan bahwa secara teori *t*-copula memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan copula normal (Gaussian). Dalam teori probabilitas, distribusi student *t* memiliki ekor yang lebih gemuk dibandingkan dengan distribusi normal. Mengkaitkan teori ini dengan beberapa publikasi seperti Gilli dan Killezi (2006) atau Hotta, Lucas, dan Palaro (2008) yang menyebutkan bahwa data finansial pada umumnya memiliki ekor gemuk, maka hasil penelitian ini dapat dikatakan membenarkan bahwa data finansial pada umumnya memang memiliki ekor gemuk (fat tail). Sehingga penanganannya lebih sesuai menggunakan distribusi student-*t*.

Tabel 1. Hasil Perhitungan VaR Menggunakan *t*-copula dan Copula Normal

Portofolio		Value at Risk (%)					
		90%		95%		99%	
W_1	W_2	<i>t</i>	Normal	<i>t</i>	Normal	<i>t</i>	Normal
0.0	1.0	1.0168	1.0155	1.0071	1.0022	0.9826	0.9818
0.1	0.9	1.1202	1.1298	1.1202	1.1167	1.0992	1.0822
0.2	0.8	1.2434	1.2438	1.2327	1.2335	1.2111	1.2015
0.3	0.7	1.1354	1.3576	1.3432	1.3476	1.3209	1.3181
0.4	0.6	1.4650	1.4667	1.4506	1.4524	1.4299	1.4211
0.5	0.5	1.5750	1.5783	1.5592	1.5622	1.5340	1.5322
0.6	0.4	1.6848	1.6900	1.6667	1.6747	1.6406	1.6444
0.7	0.3	1.7944	1.7954	1.7745	1.7838	1.7429	1.7358
0.8	0.2	1.9030	1.9148	1.8822	1.8917	1.8446	1.8623
0.9	0.1	2.0129	2.0193	1.9901	1.9937	1.9472	1.9340
1.0	0.0	2.1225	2.1310	2.0973	2.1057	2.0498	2.0590

PENUTUP

Dalam artikel ini, *t*-copula disajikan untuk melihat struktur keterkaitan antara peubah acak dalam distribusi multivariate. Dua indeks saham JKSE dan KLSE digunakan untuk memodelkan keterkaitan tersebut. Distribusi marginal masing-masing indeks dimodelkan dengan *t*-copula dan model *t*-copula terbaik dihasilkan dalam derajat kebebasan 4.3. Hasil ini tidak terlalu bagus, mengingat masih kecilnya derajat kebebasan yang dihasilkan oleh model *t*-copula.

Hasil ini masih dapat diperbaiki dengan mengkombinasikan distribusi marginalnya atau menganalisis nilai ekstrim pada data. Dalam makalah ini analisis pada ekor bagian bawah dan atas belum dilakukan. Pada dasarnya, hal ini dapat dilakukan dengan menerapkan metode CDF dan inverse CDF pada *Pareto tails* dari data. Hal lain yang dapat dilakukan untuk memperbaiki hasil ini adalah dengan menerapkan Copula-GARCH model, dimana keterkaitan dari peubah acak dapat dijabarkan dalam bentuk fungsi dari waktu, kemudian baru dipilih model copula yang paling sesuai.

REFERENSI

- Bouyé, E., Durrleman, V., Nikeghbali, A., Riboulet, G., & Roncalli, T. (2000). *Copulas for finance – a reading guide and some applications*. Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais, Working Paper.
- Bouyé, E., Durrleman, V., Nikeghbali, A., Riboulet, G., & Roncalli, T. (2001). *Copulas: an open field for risk management*. Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais, Working Paper.
- Bouye, E. (2001). *Copula for Finance*. London: University Business School.
- Cherubini U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula Methods in Finance*. Wiley Finance Series. UK: John Wiley & Sons, Chichester
- Cosin, D., Schellhorn, H., Song, N., & Tungson, S. (2010). A theoretical argument why the *t*-copula explains credit risk contagion better than the gaussian copula. *Advances in Decision Sciences* Volume 2010, Article ID 546547.
- Embrechts, P., Hoeing, A., & Juri, A. (2001). *Using copulae to bound the value-at-risk for functions of dependent risks*. ETH Zurich, preprint.
- Embrechts, P., McNeil, A. J., & Straumann, D. (1999). *Correlation and dependence in risk management: properties and pitfalls*. To appear in risk management: value at risk and beyond, ed. By M. Dempster and H. K. Moffatt, Cambridge University Press.

- Franke, J., Wolfgang, K., & Hafner, C.. (2008). *Statistics of financial markets*. springer. Berlin.
- Gilli, M. & Killezi, E. (2006). An application of extreme value theory for measuring financial risk. *Computational Economics*, 27(1), 1-23
- Hamilton, D., James, J., & Webber, N. (2001). *Copula methods and the analysis of credit risk*. Preprint. Moody's Investors Service
- Hotta, L. K., Lucas, E.C., & Palaro, H.P. (2008). Estimation of VaR using copula and extreme value theory. *Multinational Finance Journal* 12, p.205-221.
- Huang J. J., et. al. (2009). *Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method*. *Insurance: Mathematics and Economics*. Doi:10.1016
- Li, D. (1999). *On default correlation: a copula function approach*, working paper, New York: RiskMetrics Group
- Muslich, M. (2007). *Manajemen risiko operasional*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Nelson, R. (1999). *An introduction to copulas*. New York: Springer.