

## MISKONSEPSI GURU MATEMATIKA SMP PADA OPERASI PENGURANGAN BILANGAN BULAT DAN SOLUSINYA

Laras Shita Prastiwi <sup>1</sup>, Puguh Darmawan <sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> SMP Bustanul Makmur, Kabupaten Banyuwangi, Indonesia

<sup>2</sup> Departemen Matematika, Universitas Negeri Malang, Kota Malang, Indonesia

\* Corresponding Author. E-mail: puguh.darmawan.fmipa@um.ac.id

---

**Abstract:** This study examines the misconceptions of middle school mathematics teachers regarding integer subtraction operations and their solutions. The study employs three instruments with different integer subtraction expressions. A qualitative approach with a case study design is used in this research. The research subjects are middle school teachers, and the data consists of the subjects' written responses. The data analysis technique employed in this study is interactive data analysis. The results indicate that the subjects experience misconceptions regarding number and operation signs. The subjects mistakenly assume that number signs can be operated on together with operation signs. The researcher recommends that middle school teachers use simple illustrations to explore the concept of integer subtraction operations.

**Keywords:** misconceptions, integers, subtraction operations, mathematics teachers, middle school.

---

**Received: 30 April; Accepted: 15 Mei; Published: 27 Mei**

**Citation:** Prastiwi, L.S., & Darmawan, P. (2025). Miskonsepsi Guru Matematika SMP pada Operasi Pengurangan Bilangan Bulat dan Solusinya. *EduMathTec : Jurnal Pendidikan dan Teknologi Pembelajaran Matematika*, 2(1), 1-9. <https://doi.org/xxxxxx>.

Published by Magister Pendidikan Matematika Universitas Terbuka. This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

## **PENDAHULUAN**

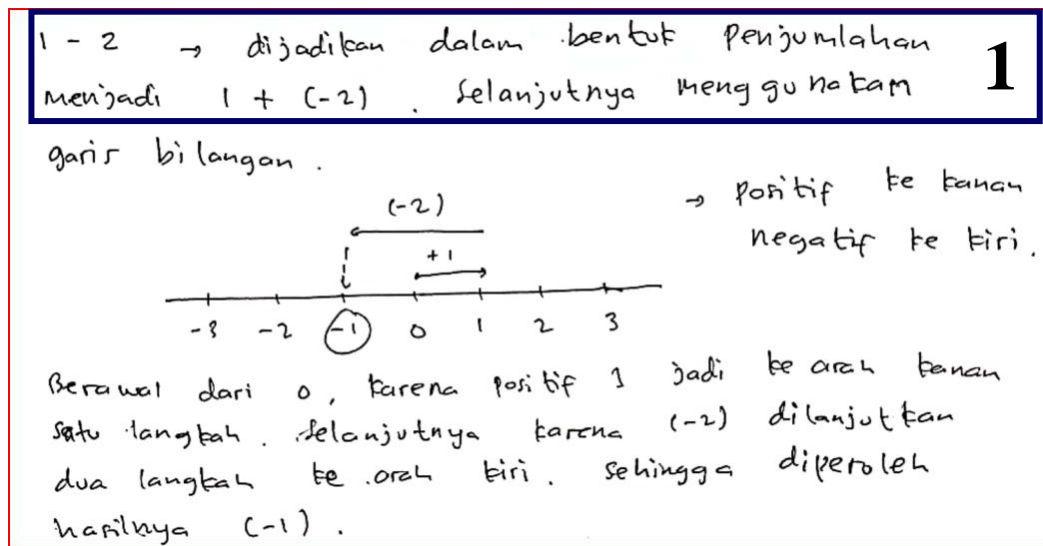
Operasi bilangan bulat merupakan konsep dasar yang penting dalam belajar matematika. Operasi pada bilangan bulat terdiri dari penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Karena itu, pemahaman siswa penting pada konsep ini untuk keberhasilannya dimasa mendatang. Pemahaman siswa terhadap konsep ini berpengaruh pada belajar konsep matematika tingkat tinggi bahkan pada penerapannya di kehidupan sehari-hari (Mcdonald, 2019; Musser et al., 2011; Syarifuddin & Sari, 2021). Pemahaman adalah mengetahui suatu informasi dari berbagai sudut pandang. Faktor penting dan dominan yang berpengaruh terhadap pemahaman siswa pada konsep pengurangan bilangan bulat adalah pengajarannya (Ellis, 2020; Kusmaryono et al., 2020). Pengajaran melibatkan guru sebagai komponen utama. Untuk itu, pemahaman guru pada operasi pengurangan bilangan bulat merupakan komponen penentu dalam konstruksi pengetahuan siswa (Darmawan et al., 2020). Dengan kata lain, jika pemahaman guru terhadap operasi pengurangan bilangan bulat itu rendah atau bahkan hasil pemahaman guru tidak diterima oleh para ahli pada bidang tertentu, maka siswa berpotensi mengalami berbagai kesulitan belajar.

Pemahaman terhadap suatu konsep yang tidak sesuai secara ilmiah dan tidak diterima oleh para ahli pada suatu bidang disebut miskonsepsi (Ilhan & Akin, 2022; Kusmaryono et al., 2020; Tanujaya & Mumu, 2020). Miskonsepsi terhadap konsep matematika disebut miskonsepsi matematis (Angelo A. Legarde, 2022; Fischbein & Schnarch, 1997). Berdasarkan hasil penelitian terdahulu yang dilakukan para ahli (Enu & Ngcobo, 2020; Ilhan & Akin, 2022; Mcdonald, 2019), miskonsepsi dialami siswa pada operasi bilangan bulat, terutama pada operasi pengurangan bilangan bulat. Lebih jauh, Peneliti menemukan indikasi miskonsepsi terhadap operasi pengurangan bilangan bulat pada guru matematika. Indikasi itu diduga oleh Peneliti sebagai penyebab kasus miskonsepsi yang terjadi pada siswa. Indikasi tersebut diketahui dari pemaparan guru SMP pada ekspresi matematis di bawah ini.

$$1 - 2 = -1$$

**Gambar 1.** Ekspresi Pengurangan Bilangan Bulat Sederhana

Gambar 1 merupakan ekspresi operasi pengurangan bilangan bulat sederhana. Guru diminta memberikan penjelasan terhadap bentuk  $1 - 2 = -1$ . Berikut ini adalah salah satu paparan guru secara tertulis.



Gambar 2. Jawaban Guru

Bagian yang diberi tanda 1 pada Gambar 2 di atas mengungkap terjadinya miskonsepsi pada guru tersebut. Guru mengalami miskonsepsi terhadap tanda operasi hitung bilangan. Guru itu menganggap tanda  $-$  pada ekspresi  $1 - 2$  merupakan tanda jenis bilangan negatif. Dengan kata lain, guru tersebut menganggap ekspresi  $1 - 2$  sama dengan ekspresi  $1 + (-2)$ . Kejadian seperti ini perlu dikaji lebih mendalam sehingga suatu solusi dapat dihasilkan untuk mengatasinya. Karena itu, tujuan penelitian ini adalah mengkaji miskonsepsi guru matematika SMP pada operasi pengurangan bilangan bulat dan menyajikan solusinya.

## METODE

Bagian ini memaparkan secara detail jenis penelitian, subjek penelitian, instrumen penelitian, sumber data penelitian, dan teknik analisa data penelitian.

### Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis studi kasus. Kasus yang dikaji adalah *single case* atau kasus tunggal. Kasus tunggal yang dikaji dalam penelitian ini adalah kasus miskonsepsi guru matematika SMP dalam memaparkan ekspresi matematis dalam bentuk pengurangan bilangan bulat. Paparan guru matematika SMP yang dikaji adalah paparan tertulis.

### Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah guru matematika SMP berpengalaman lebih dari 10 tahun yang memenuhi kriteria Peneliti. kriteria pertama adalah tulisan guru tersebut jelas dan terbaca. Kriteria kedua adalah paparan tertulis guru SMP tersebut jelas tanpa membutuhkan rincian atau penjelasan lebih lanjut. Kriteria ketiga adalah guru tersebut mengalami miskonsepsi.

### Instrumen Penelitian

Instrumen operasi pengurangan bilangan bulat digunakan dalam penelitian ini untuk mendeteksi terjadinya miskonsepsi yang dialami guru matematika SMP. Tiga bentuk operasi pengurangan digunakan dalam penelitian ini.

Tabel 1. Instrumen Operasi Pengurangan Bilangan Bulat

No	Ekspresi pengurangan Bilangan Bulat
1	$1 - 2 = -1$
2	$3 - (-1) = 4$
3	$-2 - (-4) = 2$

### Sumber Data dan Data Penelitian

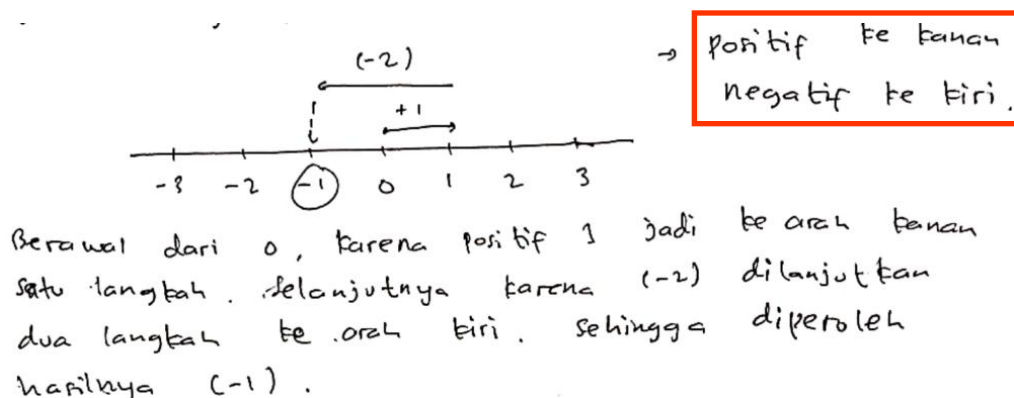
Sumber data penelitian ini adalah guru matematika SMP. Data penelitian ini adalah paparan tertulis guru matematika SMP.

### Teknik Analisa Data

Teknik analisa data yang digunakan dalam penelitian ini adalah teknik analisa data interaktif (Miles et al., 2014). Analisa data dilakukan sejak pengumpulan data, yaitu memilah jawaban guru SMP yang termasuk kriteria yang ditetapkan Peneliti. Setelah itu, data direduksi dengan mengeliminasi data yang tidak mendukung tujuan penelitian. Hasil reduksi dipaparkan dan dibuat kesimpulan.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil yang dibahas di bagian ini adalah paparan tertulis subjek terhadap 3 instrumen operasi pengurangan bilangan bulat yang diberikan Peneliti. Pada instrumen dengan bentuk  $1 - 2 = -1$ , subjek menghasilkan Gambar 1 di atas. Sebagian miskonsepsi telah dibahas pada bagian pendahuluan. Karena itu, di bagian ini dibahas miskonsepsi yang lainnya.



**Gambar 3.** Paparan terhadap Garis Bilangan

Berdasarkan Gambar 3, subjek memaparkan prosedur penggunaan garis bilangan untuk operasi pengurangan. Subjek membuat aturan bahwa positif ke kanan dan negatif ke kiri. Hal itu terungkap pada Gambar 3 yang diberi tanda segiempat merah. Berdasarkan aturan itu Subjek menjelaskan bahwa arah panah dimulai dari 0 ke kanan satu langkah karena positif 1. Kemudian, Subjek menjelaskan bahwa langkahnya dilanjutkan dua langkah ke arah kiri karena negatif 2. Dengan demikian, langkah berhenti di negatif 1 dan hal itu dianggap sebagai hasil operasi pengurangan. Hasil tersebut menunjukkan ketidakonsistenan Subjek sekaligus miskonsepsi yang dialami Subjek.

Subjek tidak konsisten karena membuat ekspresi  $1 + (-2)$  yang dianggap sama dengan ekspresi  $1 - 2$ . Penyamaan tersebut mengakibatkan hasilnya berbeda jika disimulasikan pada garis bilangan yang dibuat Subjek. Pada ekspresi  $1 + (-2)$ , langkah yang dilakukan seharusnya ke arah kanan setelah satu langkah dari 0 menurut aturan yang dibuat Subjek. Jika ke arah kanan maka langkah yang dilakukan tidak berakhir pada negatif 1. Miskonsepsi yang dialami Subjek adalah pada simbol  $+$  dan  $-$ . Subjek menganggap tanda jenis bilangan sebagai tanda operasi bilangan dan sebaliknya. Berikut ini adalah instrumen operasi pengurangan bilangan bulat yang kedua dan jawaban Subjek.

Instrumen operasi pengurangan bulat yang kedua:

$$3 - (-1) = 4$$

Paparan Subjek

$3 - (-1) \rightarrow$  menjadi  $3 + (-(-1))$ . Jika  $(-)$  dikali dengan  $(-)$  maka menjadi  $(+)$ . Sehingga  $3 + 1 = 4$ .

**Gambar 4.** Jawaban Subjek pada Instrumen Kedua

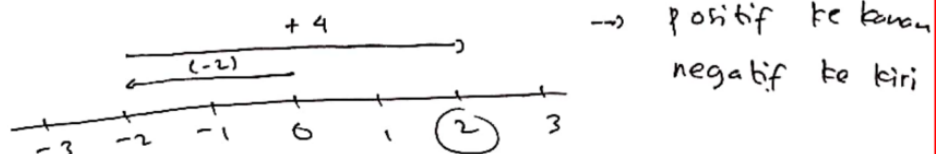
Berdasarkan Gambar 4, Subjek mengubah ekspresi  $3 - (-1)$  menjadi  $3 + (-(-1))$  dan menganggap dua ekspresi tersebut bermakna sama. Setelah itu, Subjek mengalikan tanda  $-$  dengan tanda  $-$  sedemikian hingga dihasilkan  $3 + 1 = 4$ . Konsepsi subjek adalah operasi perkalian dianggap berlaku pada tanda jenis bilangan dengan tanda operasi bilangan. Konsepsi itu tidak sesuai dengan konsep matematika sehingga menjadi miskonsepsi atau secara sederhana disebut salah tafsir (Enu & Ngcobo, 2020; Kshetree dkk., 2021; Malambo, 2021). Berdasarkan konsep matematika, operasi hitung hanya berlaku pada bilangan (Darmawan, 2020). Berikutnya, paparan Subjek untuk instrumen operasi pengurangan bilangan bulat yang ketiga adalah sebagai berikut.

Instrumen operasi pengurangan bulat yang ketiga:

$$-2 - (-4) = 2$$

Paparan Subjek

$-2 - (-4) \rightarrow$  menjadi  $(-2) + (-(-4))$ . Terdapat  $(-)$  dikali  $(-)$ , maka menjadi  $(-2) + 4$ . Selanjutnya menggunakan garis bilangan.

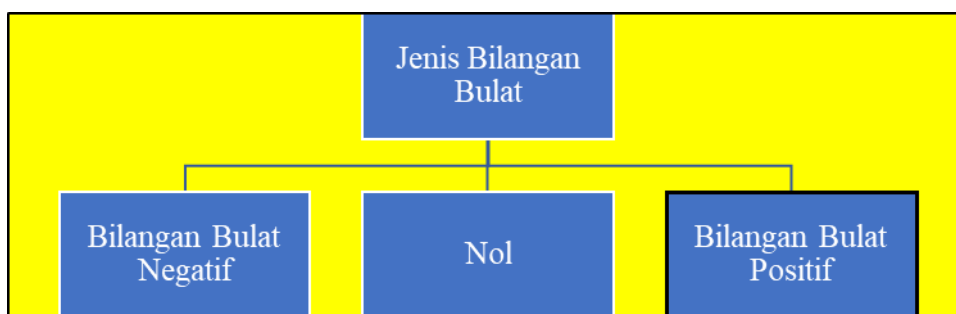
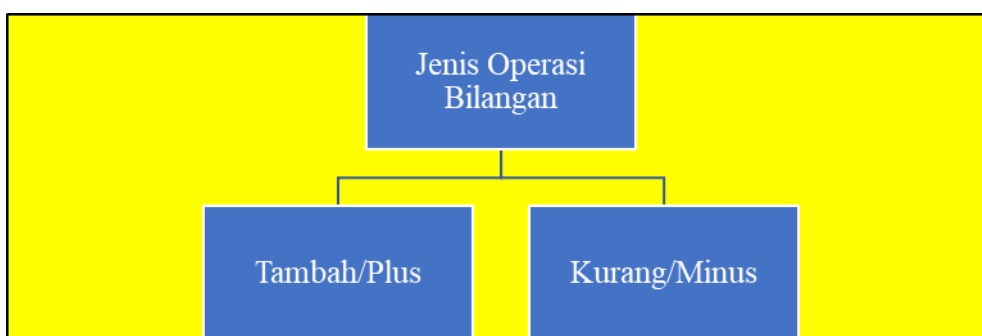


Berawal dari 0, karena  $(-2)$  maka dua langkah ke kiri. Selanjutnya karena positif 4 maka dilanjutkan empat langkah ke kanan. Sehingga diperoleh hasilnya 2.

**Gambar 5.** Jawaban Subjek pada Instrumen Kedua

Berdasarkan Gambar 5, Subjek mengubah ekspresi  $-2 - (-4)$  menjadi  $(-2) + (-(-4))$ . Kemudian, Subjek menyatakan  $-$  dikali  $-$  menjadi  $+$  sehingga  $(-2) + (-(-4))$  menjadi  $(-2) + 4$ . Ekspresi yang terakhir tersebut digunakan Subjek untuk membuat garis bilangan. Sebelumnya, Subjek membuat aturan arah langkah, yaitu ke kanan jika positif dan ke kiri jika negatif. Langkah diawali dari 0 oleh subjek ke kiri dua langkah karena bilangan awal pada ekspresi  $(-2) + 4$  adalah  $-2$ . Dari titik  $-2$ , arah langkah ke kanan sebanyak empat langkah sehingga mencapai titik akhir 2 pada garis bilangan. Empat langkah ke kanan itu dilakukan karena  $+4$  pada ekspresi  $(-2) + 4$ .




Miskonsepsi yang dialami Subjek pada instrumen ketiga adalah mengalikan tanda bilangan dengan tanda operasi hitung bilangan. Padahal, operasi hitung hanya berlaku pada bilangan, bukan pada tanda jenis bilangan dan tanda operasi bilangan. Lebih dari itu, Subjek menganggap tanda  $-$  untuk jenis bilangan sama dengan tanda  $-$  untuk tanda operasi bilangan. Jenis bilangan ada dua, yaitu positif dengan tanda  $+$  dan negatif dengan tanda  $-$ . Sementara, tanda operasi bilangan yang sama dengan tanda jenis bilangan ada dua, yaitu penjumlahan dengan tanda  $+$  dan pengurangan dengan tanda  $-$ . Penjumlahan juga dapat disebut plus dan pengurangan disebut minus atau min. jadi plus dan min bukan jenis bilangan, melainkan jenis operasi hitung bilangan. Berikut ini adalah bagan dari kedua konsep tersebut.

**Gambar 6.** Bagan Jenis Bilangan Bulat**Gambar 7.** Bagan Jenis Operasi Hitung Bilangan

Berdasarkan bagan di atas, ekspresi  $-2 - (-4) = 2$  dibaca negatif dua min negatif empat atau negatif dua dikurangi negatif empat sama dengan dua. Miskonsepsi yang dialami guru matematika tentu berdampak buruk, terutama pada siswa. Karena itu, suatu solusi penting untuk dihasilkan. Peneliti memiliki solusi sederhana yang dapat dipelajari







guru matematika dan diterapkan dalam pembelajaran. Solusi ini berupa gagasan yang menggunakan gambar sederhana dengan aturan tertentu. Guru dapat menggunakan gambar sederhana berikut ini dalam memahami dan membelajarkan konsep jenis bilangan bulat dan konsep operasi hitung bilangan bulat. Dengan gambar sederhana di bawah ini, miskonsepsi dapat dicegah karena pemberian makna terhadap tanda + dan tanda -.

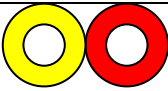
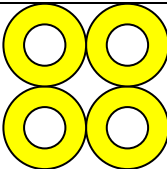
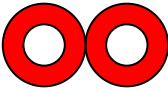

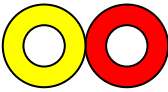
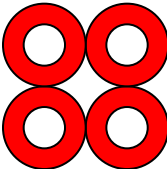
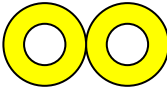
Tabel 2. Gambar dan Maknanya

Gambar	Makna
	Positif satu
	Negatif satu
	Nol

Tabel 2 di atas merupakan gambar sederhana yang digunakan pada operasi pengurangan bilangan bulat. Sementara itu, Tabel 3 di bawah ini merupakan prosedur untuk menjelaskan instrumen operasi pengurangan bilangan bulat dalam penelitian ini. Prosedur tersebut dilakukan dengan dua aturan. Aturan pertama adalah pengurangan diberi istilah sehari-hari dibuang. Aturan kedua adalah penjumlahan yang diberi istilah digabung. Sisa dari prosedur yang dilakukan tersebut merupakan hasil operasi hitung.

Tabel 3. Prosedur Penggunaan Gambar

Ekspresi	Prosedur yang dilakukan	Prosedur 1	Prosedur 2
$1 - 2$	Memiliki positif satu, tetapi yang akan dibuang adalah positif dua. Karena hanya memiliki positif satu, maka ditambahkan nol agar terdapat positif dua untuk dibuang.	 Positif satu  Nol	 Dibuang positif dua  Sisa negatif satu
$3 - (-1)$	Memiliki positif tiga, tetapi yang akan dibuang adalah negatif satu. Karena itu ditambahkan nol agar terdapat negatif satu	 Positif tiga	 Dibuang positif satu

Ekspresi	Prosedur yang dilakukan	Prosedur 1	Prosedur 2
	untuk dibuang.	 Nol	 Sisa positif empat
$-2 - (-4)$	Memiliki negatif dua, tetapi yang akan dibuang adalah negatif empat. Karena itu, ditambahkan nol sebanyak dua kali agar terdapat negatif empat untuk dibuang.	 Negatif dua   Nol   Nol	 Dibuang negatif empat   Sisa positif dua

## KESIMPULAN

Miskonsepsi yang dialami subjek adalah miskonsepsi terhadap tanda operasi dan tanda jenis bilangan. Subjek mengoperasikan tanda jenis bilangan dengan tanda jenis operasi. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan refleksi guru matematika SMP dalam melaksanakan pembelajaran.

## UCAPAN TERIMA MASIH

Peneliti berterimakasih kepada guru SMP di Kabupaten Banyuwangi yang terlibat dalam penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Angelo A. Legarde, M. (2022). Working With Mathematical Problems: an Analysis of Students Misconceptions and Its Impact on Mathematics Learning. *International Journal of Advanced Research*, 10(03), 25–33. <https://doi.org/10.21474/ijar01/14358>
- Darmawan, P, Purwanto, P., Parta, I. N., & Susiswo, S. (2020). The levels of students' feeling of rightness (FOR) in solving polygon perimeter problems. *International Journal of Instruction*, 13(2), 549–566. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13238a>
- Darmawan, Puguh. (2020). Students Analytical Thinking in Solving Problems of Polygon Areas. *Kontinu: Jurnal Penelitian Didaktik Matematika*, 4(1), 17. <https://doi.org/10.30659/kontinu.4.1.17-32>
- Ellis, M. W. (2020). Recognizing Misconceptions as Opportunities for Learning Mathematics with Understanding. April.
- Enu, J., & Ngcobo, Z. (2020). Formative assessment : A tool for rectifying learners ' errors and misconceptions in mathematics. October. <https://doi.org/10.31248/IJET2020.085>



- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution With Age of Probabilistic , Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96–105.
- Ilhan, A., & Akin, M. F. (2022). Analysis of Contextual Problem Solutions, Mathematical Sentences, and Misconceptions of Pre-Service Mathematics Teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(1), em0666. <https://doi.org/10.29333/iejme/11470>
- Kshetree, M. P., Acharya, B. R., Khanal, B., Panthi, R. K., & Belbase, S. (2021). Eighth grade students' misconceptions and errors in mathematics learning in Nepal. *European Journal of Educational Research*, 10(3), 1101–1121. <https://doi.org/10.12973/EU-JER.10.3.1101>
- Kusmaryono, I., Basir, M. A., & Saputro, B. A. (2020). Ontological Misconception in Mathematics. *Infinity - Journal of Mathematics Education*, 9(1), 15–30.
- Malambo, P. (2021). Implicit Misconceptions in Prospective Mathematics Teachers' Reasoning About Trigonometric Concepts. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 2(2), ep21011. <https://doi.org/10.30935/conmaths/11054>
- Mcdonald, B. (2019). Mathematical Misconceptions. In *The Mathematics Teacher* (Vol. 112, Issue 6). <https://doi.org/10.5951/mathteacher.112.6.0404>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative Data Analysis, A Methods Sourcebook* (3rd ed.). Sage Publications.
- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (2011). *Mathematics For Elementary Teachers A Contemporary Approach* (Ninth Edit). John Wiley & Sons, Inc.
- Syarifuddin, A., & Sari, A. F. (2021). Misconceptions of prospective Mathematics teacher on graphing function. *Journal of Physics: Conference Series*, 1869(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1869/1/012115>
- Tanujaya, B., & Mumu, J. (2020). Students' misconception of HOTS problems in teaching and learning of mathematics. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012081>

## PROFILE

**Puguh Darmawan** adalah dosen Departemen Matematika Universitas Negeri Malang. Beliau menekuni bidang kajian penelitian yaitu berpikir matematis. Topik-topik yang menjadi fokus penelitian beliau diantaranya adalah intuisi logis, interaksi dual proses, dan pemecahan masalah matematika.

**Laras Shita Prastiwi** adalah guru matematika di SMP Bustanul Makmur, Kabupaten Banyuwangi. Beliau merupakan mitra penelitian Departemen Matematika, Universitas Negeri Malang. Beliau menekuni kajian penelitian berpikir matematis yang berfokus pada berpikir kritis.