

# Analisis Kesalahan Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian pada Analisis Real

Hasan Basri<sup>1\*</sup>, Rohmah Indahwati<sup>2</sup>, Fetty Nuritasari<sup>3</sup>  
<sup>1,2,3</sup> Pendidikan Matematika, Universitas Madura, Pamekasan, Indonesia

\* Corresponding Author. [hasan\\_basri@unira.ac.id](mailto:hasan_basri@unira.ac.id)

---

**Abstrak:** Penelitian ini fokus pada kesalahan mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi pada matakuliah analisis real. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dan memetakan kesalahan umum yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian pada matakuliah analisis real. Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif dengan melibatkan sebanyak 16 yang mengikuti perkuliahan Analisis Real II. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat enam kesalahan yang ditemukan dalam penelitian ini: (1) menggunakan contoh untuk membuktikan (2) Menggunakan penalaran yang tidak tepat (3) Membuktikan hanya satu arah dalam pembuktian biimplikasi (4) Arah pembuktian tidak jelas; 5) tidak cermat dalam melihat informasi pada premis, dan 6) tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan

**Kata Kunci:** Analisis Kesalahan; Masalah Pembuktian; Analisis Real

---

**Received: 30 April; Accepted: 15 Mei; Published: 27 Mei**

**Citation:** Basri, H., Indahwati, R., & Nuritasari, F. (2024). Analisis Kesalahan Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian pada Analisis Real. *EduMathTec : Jurnal Pendidikan dan Teknologi Pembelajaran Matematika*, 1(1), 1 – 11. <https://doi.org/xxxxxx>.

Published by Magister Pendidikan Matematika Universitas Terbuka. This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

## PENDAHULUAN

Salah satu peran guru adalah sebagai fasilitator yang akan mendampingi dan memfasilitasi siswa pada kegiatan belajar mengajar untuk mencapai tujuan pendidikan, yakni suksesnya proses pembelajaran. Guru tentunya memiliki peran penting dalam hal membimbing dan mendidik para siswanya, karena guru memiliki frekuensi yang lebih banyak bertatap muka dengan siswa di kelasnya. Guru sebagai fasilitator memiliki peran untuk memberikan pelayanan bagi siswa-siswanya agar memudahkan mereka dalam kegiatan belajar (Yuliani et al., 2022).

Sebagai Fasilitator yang baik guru harus tentunya wajib menguasai bidang ilmu yang dialami mereka dan harus memiliki pengetahuan yang luas serta menguasai berbagai model dan metode dalam proses pembelajaran dan mampu dalam menggunakan teknologi. Namun demikian berdasarkan beberapa penelitian masih ditemukan kesalahan-kesalahan mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah matematika.

Beberapa penelitian terdahulu dilakukan dalam rangka menemukan kesalahan-kesalahan mahasiswa calon guru pada saat menyelesaikan masalah matematika diantaranya: Rahmawati, dkk. (2021); Pratiwi (2021); Noviartati & Ernawati (2021); Radiusman & Simanjuntak (2021); dan Tamba, dkk. (2021). Rahmawati, dkk. (2021) menemukan bahwa kesalahan tertinggi yang dilakukan mahasiswa terletak pada kesalahan teknik dengan persentase 43,9% dan dikategorikan kesalahan berat. Kesalahan kedua dengan kategori kesalahan cukup berat ialah kesalahan konseptual dengan persentase sebesar 39,4%. Kesalahan ketiga ialah kesalahan prosedural dengan persentase sebesar 16,7% dan termasuk pada kategori kesalahan ringan. Pratiwi (2021) menemukan bahwa kesalahan-kesalahan yang dialami mahasiswa pada saat menyelesaikan persoalan numerasi yaitu kesalahan dalam memahami soal, lemah dalam keterampilan proses, kesalahan dalam transformasi proses, dan kesalahan dalam penyelesaian.

Sedangkan Noviartati & Ernawati (2021) menemukan bahwa kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah optimasi adalah kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural. Hasil penelitian Radiusman & Simanjuntak (2021) menunjukkan bahwa subjek penelitian melakukan tiga jenis kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian, yaitu kesalahan konsep, kesalahan prosedural dan kesalahan perhitungan. Tamba, dkk. (2021) Hasil penelitian menunjukkan calon guru matematika tidak dapat memilih ukuran pemusatan yang tepat karena terlalu fokus pada ukuran pemusatan, sembari mengabaikan ukuran variansi. Ada beberapa jenis kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika menurut Kastolan yaitu :1) kesalahan konseptual; 2) kesalahan prosedural dan 3) kesalahan teknik (Sulistyaningsih & Rakhmawati, 2017).

Kesalahan konseptual adalah kesalahan yang terjadi karena siswa kurang memahami konsep yang terkandung dalam masalah. Kesalahan prosedural adalah kesalahan yang terjadi karena kurang mampunya siswa dalam melakukan manipulasi matematis walaupun siswa telah paham akan konsep yang terdapat dalam masalah. Kesalahan teknis adalah kesalahan yang terjadi karena kurangnya pengetahuan konten matematika dalam topik lain atau kesalahan karena kecerobohan. Kesalahan-kesalahan tersebut akan nampak pada saat seseorang menyelesaikan/memecahkan suatu masalah.

Pemecahan masalah adalah suatu upaya yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan yang ditemukan. Polya menyatakan bahwa pemecahan masalah adalah salah satu aspek berpikir tingkat tinggi. Lebih lanjut Polya (1973) menyatakan dua macam masalah matematika yaitu : (1) Masalah untuk menemukan (*problem to find*) dengan cara mengkonstruksi semua informasi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut, dan (2) Masalah untuk membuktikan (*problem to prove*) yaitu menunjukkan nilai dari suatu pernyataan, yaitu salah satunya benar atau salah.

Hasil review yang dilakukan terhadap penelitian terdahulu diperoleh fakta bahwa, belum banyak penelitian yang terkait kesalahan calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah pada matakuliah analisis real. Sejauh penelusuran yang dilakukan oleh peneliti, hanya ada dua penelitian terkait kesalahan dan kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan analisis real yaitu Takaendengan et al. (2022) dan Siregar (2020). Penelitian yang dilakukan Takaendengan et al. (2022) menunjukkan terdapat 4 kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal berdasarkan NEA yaitu kesalahan: (1) membaca; (2) pemahaman; (3) transformasi; (4) keterampilan proses. Sedangkan penelitian Siregar (2020) menunjukkan bahwa kesulitan umum yang dialami mahasiswa pada penelitian ini terjadi pada (1) kesulitan memahami konsep pernyataan atau simbol matematika, dan (2) menyusun bukti kebenaran secara matematis.

Berdasarkan hasil penelitian terdahulu belum banyak penelitian yang meneliti terkait kesalahan mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan permasalahan yang melakukan penelitian terkait pembuktian biimplikasi. Evaluasi pembelajaran yang setiap tahun dilaksanakan oleh Prodi Pendidikan Matematika di Universitas Madura menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami matakuliah analisis real. Setelah dilakukan observasi secara mendalam diperoleh informasi bahwa mahasiswa kesulitan dalam menyelesaikan masalah pembuktian, khususnya pembuktian dua arah/biimplikasi. Hal inilah yang menyebabkan peneliti tertarik untuk menganalisis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah untuk membuktikan pada mata kuliah analisis real. Sehingga, melalui hasil penelitian ini dapat diperoleh berbagai jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa, sebagai dasar perbaikan pembelajaran selanjutnya

## **METODE**

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan miskonsepsi mahasiswa dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan pembuktian pada matakuliah analisis real.

### **Desain Penelitian**

Desain penelitian disebut juga rancangan penelitian adalah penjelasan mengenai berbagai komponen yang akan digunakan peneliti serta kegiatan yang akan dilakukan selama proses penelitian (Martono, 2011). Penyusunan desain penelitian merupakan tahap awal dan tahap yang sangat penting dalam proses penelitian. Penyusunan desain penelitian adalah tahap perencanaan penelitian yang biasanya disusun secara logis dan mampu memvisualisasikan rencana dan proses penelitian secara praktis.

Pada penelitian ini menggunakan desain deskriptif kualitatif yang ditujukan untuk mendeskripsikan dan menggambarkan fenomena-fenomena yang ada, baik bersifat alamiah maupun rekayasa manusia, yang lebih memperhatikan mengenai karakteristik, kualitas, keterkaitan antar kegiatan. Selain itu, Penelitian deskriptif tidak memberikan perlakuan, manipulasi atau pengubahan pada variabel-variabel yang diteliti, melainkan menggambarkan suatu kondisi yang apa adanya.

## Peserta

Sebanyak 16 mahasiswa yang terlibat dalam penelitian ini, tabel 1 berikut ini akan menyajikan deskripsi singkat dari mahasiswa yang dilibatkan dalam penelitian ini berdasarkan jenis kelamin dan IPK sementara yang diperoleh pada saat penelitian ini berlangsung:

**Tabel 1** Data Mahasiswa yang diteliti

No	Inisial	Jenis Kelamin	IPK Sementara
1	SPDA	Perempuan	3,92
2	RAN	Perempuan	3,41
3	A	Perempuan	3,51
4	ARR	Laki-Laki	3,98
5	MLA	Perempuan	3,51
6	IY	Laki-Laki	3,73
7	SS	Perempuan	3,41
8	SFM	Perempuan	3,66
9	F	Perempuan	3,78
10	SK	Perempuan	3,40
11	AH	Perempuan	3,40
12	HWB	Laki-Laki	3,55
13	FMH	Perempuan	3,39
14	LQ	Perempuan	3,53
15	SW	Perempuan	3,49
16	MM	Perempuan	3,74

## Instrumen

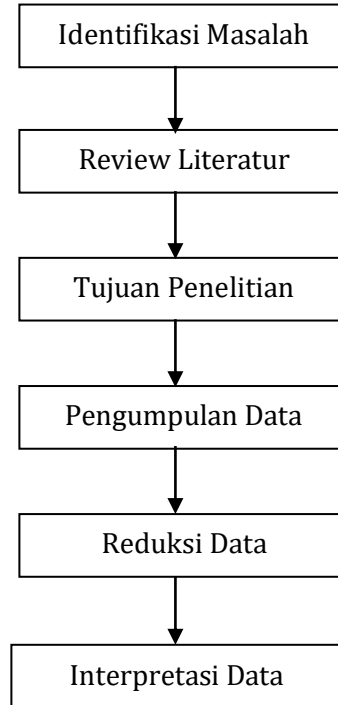
Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah permasalahan terkait pembuktian. Ada dua permasalahan yang diberikan kepada mahasiswa calon guru matematika. Kedua permasalahan tersebut merupakan permasalahan dalam membuktikan pernyataan biimplikasi, pada tabel 2 diberikan indikator, deskripsi dan soal yang diadaptasi dari Bartle & Sherbert (2010).

**Tabel 2** Instrumen Penelitian

No	Indikator	Deskripsi	Soal
1	Mahasiswa dapat membuktikan pernyataan biimplikasi	Soal ini digunakan untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam melakukan pembuktian dua arah pada suatu pernyataan matematika	1. If $a, b \in R$ , Prove that $a^2 + b^2 = 0$ if and only if $a = 0$ and $b = 0$ .
2	Mahasiswa dapat membuktikan pernyataan biimplikasi yang melibatkan nilai mutlak	Soal ini digunakan untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam melakukan pembuktian dua arah pada suatu pernyataan matematika	2. If $a, b \in R$ , Prove that $ a + b  =  a  +  b $ if and only if $a \cdot b \geq 0$ .

## Prosedur

Berikut ini disajikan prosedur penelitian yang digunakan dalam penelitian ini dimulai dengan proses identifikasi masalah, dilanjutkan dengan review literatur, fokus pada tujuan penelitian dilanjutkan dengan pengumpulan data dan diakhiri dengan interpretasi data:



**Gambar 1** *Prosedur Penelitian*

## Analisis Data

Sebelum melakukan pengelompokan terhadap kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa, peneliti mengidentifikasi kesalahan mahasiswa dalam melakukan pembuktian. Selanjutnya dilakukan proses analisis untuk kemudian dilakukan pengkategorian terhadap kesalahan mahasiswa. Analisis data dilakukan berdasarkan Miles et al. (2014) dengan tahapan pengumpulan data, reduksi data, interpretasi dan kesimpulan. Kategori kesalahan ini disusun dengan memperhatikan hasil analisis terhadap bentuk kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa. Penelitian ini dilaksanakan di Prodi Pendidikan Matematika Universitas Madura. Subjek penelitian adalah 16 mahasiswa semester VI yang telah mengikuti matakuliah analisis real I yang terdiri dari 13 mahasiswi dan 3 mahasiswa. Pemilihan subjek berdasarkan pertimbangan bahwa mahasiswa tersebut sudah memperoleh materi terkait bilangan real sebelumnya.

## HASIL

Hasil analisis data menunjukkan bahwa 6 bentuk kesalahan mahasiswa ketika menyelesaikan permasalahan tentang pembuktian matematika dalam hal ini pembuktian pada pernyataan biimplikasi. Tipe kesalahan yang dilakukan dan jumlah kesalahan yang dilakukan mahasiswa ditunjukkan pada Tabel 1 berikut.

**Tabel 1.** Kategori dan Tipe Kesalahan

Kategori	Tipe Kesalahan	Jumlah (persentase)
Kesalahan Konsep	Tipe: 1 Menggunakan contoh untuk membuktikan	7 (43,75%)
	Tipe: 2 Menggunakan penalaran yang yang tidak tepat	2 (12,5%)
Kesalahan Prosedural	Tipe: 3 Membuktikan hanya satu arah dalam pembuktian biimplikasi	10 (6,25%)
	Tipe: 4 Arah pembuktian tidak jelas	8 (50%)
Kesalahan Teknik	Tipe: 5 Tidak cermat dalam melihat informasi pada premis	2 (12,5%)
	Tipe: 6 Tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan	1 (6,25%)

Pada tipe kesalahan yang pertama yaitu menggunakan contoh untuk membuktikan. Tipe kesalahan dan kemungkinan alasan dapat dilihat pada Tabel 2.

**Tabel 2** Tipe kesalahan menggunakan contoh untuk membuktikan

Tipe Kesalahan	Dugaan penyebab kesalahan
Menggunakan contoh untuk membuktikan	Masih berpola pikir induktif dalam membuktikan

Pada Gambar 1 terlihat bahwa mahasiswa menggunakan informasi  $a.b \geq 0$  untuk membuktikan bahwa  $|a + b| = |a| + |b|$ . Pertanyaan yang pemantik yang perlu diberikan kepada mahasiswa yang melakukan pembuktian dengan cara ini adalah, apakah  $a = 1, b = 2$  dan  $a = -1, b = -2$  sudah mewakili semua bilangan real yang memenuhi  $a.b \geq 0$ . Lebih lanjut Herutomo (2017) menyatakan bahwa ketika suatu variabel diganti dengan suatu bilangan tertentu hal ini menunjukkan gagalnya transisi dari aritmetika menuju aljabar dan tidak tepatnya konsepsi yang dimiliki terkait variabel. Transisi tersebut meliputi variabel yang secara simultan merupakan representasi dari berbagai bilangan dan tidak adanya nilai posisional (Breiteig & Grevholm, 2006).

Sari (2017) menyatakan bahwa penggunaan contoh spesifik harus ditekankan sebagai pengantar bukti atau alat bantu dalam memahami teorema, bukan digunakan untuk membuktikan teorema. Dengan demikian pemakaian contoh pada penyelesaian masalah pembuktian bisa menjadi langkah yang kurang tepat. Gambar 1 menjadi bukti nyata bahwa mahasiswa tidak menggunakan contoh sebagai pengantar, namun menggunakannya untuk membuktikan bukan sekedar alat bantu dalam memahami teorema.

$$\begin{array}{|l}
 \hline
 |a+b| = |a| + |b|, a, b \geq 0 \\
 \hline
 \text{Misal } a = 1 \quad \text{Misal } a = -1 \\
 \quad b = 2 \quad \quad \quad b = -2 \\
 \hline
 |1+2| = |1| + |2| \quad |-1+(-2)| = |-1| + |-2| \\
 |3| = |3| \quad \quad \quad |-3| = |-3| \\
 \hline
 \Rightarrow \text{Sehingga terbukti bahwa } |a+b| = |a| + |b|, a, b \geq 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Gambar 2 kesalahan menggunakan contoh untuk membuktikan

Untuk kesalahan yang kedua menggunakan penalaran yang tidak tepat. Tipe kesalahan dan kemungkinan alasan dapat dilihat pada tabel 3.

Tabel 3 Kesalahan menggunakan penalaran yang tidak tepat

Tipe Kesalahan	Dugaan penyebab kesalahan
Menggunakan penalaran yang tidak tepat	Pemahaman konsep yang belum utuh

Pada Gambar 2 terlihat bahwa mahasiswa menyatakan bahwa jika  $a + b \geq 0$ , maka  $a \geq 0$  dan  $b \geq 0$ . Hal ini tentunya merupakan penalaran yang salah karena ada kasus dimana  $a + b \geq 0$ , namun  $a \geq 0$  dan  $b < 0$ . Sebagai contoh pada saat  $a = 5$  dan  $b = -3$  dimana  $a + b = 5 + (-3) = 2 \geq 0$  tetapi  $b = -3 < 0$ . Kesalahan ini terjadi karena mahasiswa belum memiliki pemahaman yang utuh terhadap konsep pada permasalahan yang diberikan. Kesalahan ini bukan karena kelemahan belajar siswa, tetapi merupakan suatu kesalahan yang membutuhkan tugas-tugas kognitif agar mereka menyadari kesalahan yang telah mereka lakukan (Irawati et al., 2018)

$$\begin{array}{|l}
 \hline
 \text{untuk } a+b \geq 0, \text{ maka } a \geq 0, b \geq 0 \\
 \hline
 |a+b| = a+b, \text{ karena } a \geq 0 \text{ dan } b \geq 0 \\
 = |a| + |b| \\
 \hline
 \text{karena } a \geq 0 \text{ dan } b \geq 0, \text{ maka } a, b \geq 0 \text{ karena hasil kali} \\
 \text{2 bil. positif adalah positif atau nol juga} \\
 \hline
 \text{untuk } a+b < 0, \text{ maka } a < 0 \text{ dan } b < 0 \\
 \hline
 |a+b| = -a-b \\
 = |a| + |b| \\
 \hline
 \end{array}$$

Gambar 3 kesalahan menggunakan penalaran yang tidak tepat.

Untuk kesalahan yang ketiga hanya membuktikan satu arah pada pembuktian biimplikasi. Tipe kesalahan dan kemungkinan alasan dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4 Kesalahan membuktikan biimplikasi hanya satu arah

Tipe Kesalahan	Dugaan penyebab kesalahan
Hanya membuktikan satu arah pada pembuktian biimplikasi	Kesalahan logika pembuktian biimplikasi

Pada Gambar 3 terlihat bahwa mahasiswa hanya membuktikan satu arah saja dalam membuktikan pernyataan biimplikasi. Pembuktian pernyataan biimplikasi  $p \leftrightarrow q$  ini wajib membuktikan dua hal yaitu  $p \rightarrow q$  dan  $q \rightarrow p$ . Pada gambar 3 terlihat bahwa subjek hanya

menggunakan informasi bahwa  $a = 0, b = 0$  dalam membuktikan  $a^2 + b^2 = 0$ , tanpa membuktikan bahwa  $a = 0$  dan  $b = 0$  untuk membuktikan bahwa  $a^2 + b^2 = 0$ . Jika pembuktian pernyataan biimplikasi hanya mencakup satu aspek saja maka pembuktian tersebut mengalami kesalahan logika (*logical error*) dan tentu saja tidak valid (Weber, 2002).

$$\begin{aligned}
 & a, b \in \mathbb{R} \\
 & a^2 + b^2 = 0 \text{ jika dan hanya jika } a = 0 \text{ dan } b = 0 \\
 & a(a) + b(b) = 0 \\
 & (-a)(-a) + (-b)(-b) = 0 \\
 & \text{jika } a = 0, \text{ dan } b = 0 \text{ maka} \\
 & (-a)(-a) + (-b)(-b) = 0 \\
 & (0)(0) + (0)(0) = 0 \\
 & 0 = 0 \text{ (terbukti)}
 \end{aligned}$$

**Gambar 4** kesalahan menggunakan bukti searah untuk pembuktian biimplikasi

Untuk kesalahan yang keempat yaitu Tidak jelas arah pembuktiannya. Rincian kesalahan dan kemungkinan alasan dapat dilihat pada Tabel 5.

**Tabel 5** Kesalahan tidak jelas arah pembuktiannya

Type Kesalahan	Dugaan penyebab kesalahan
Tidak jelas arah pembuktiannya	Kesalahan logika pembuktian biimplikasi Tidak memahami konten yang akan dibuktikan

Pada Gambar 4 terlihat bahwa mahasiswa nampak bingung dengan apa yang ditulis di lembar jawaban mereka. Mahasiswa memulai dengan pernyataan bahwa  $|a| = a, a \geq 0$ . Hal ini merupakan suatu pernyataan yang benar namun tidak digunakan oleh mahasiswa tersebut dalam proses pembuktian pada soal yang diberikan. Selanjutnya mahasiswa menuliskan  $|a + b| = |a| + |b|$  pernyataan ini tentunya merupakan pernyataan yang salah. Pada saat  $a = 5$  dan  $b = -7$  diperoleh  $|5 + (-7)| = |-2| = 2$  sedangkan  $|5| + |(-7)| = 5 + 7 = 12$  dengan demikian  $|a + b| \neq |a| + |b|$ . Mahasiswa tidak menggunakan informasi pada premis tersebut secara utuh karena informasi yang diberikan adalah  $a \cdot b \geq 0$ , hal ini semakin memperkuat asumsi bahwa pembuktian yang dilakukan oleh mahasiswa tidak jelas dan tidak terarah.

Berdasarkan definisi nilai mutlak,  $|a| = a$  jika  $a \geq 0$

$$\begin{aligned}
 & |a+b| = |a| + |b| \\
 & \quad \quad \quad - |a| + |b| \\
 & \quad \quad \quad - |a| + |b| \\
 & |a+b| = |a| + |b| \\
 & = |a+a-a+b+b-b| \\
 & = |a+a-a| + |b+b-b| \\
 & = |a| + |b| \text{ terbukti}
 \end{aligned}$$

Jika  $a = 0$  maka  $|a+b| = |0+b| = |b|$   
 Jika  $b = 0$  maka  $|a+b| = |a+0| = |a|$   
 Sehingga  $|a+b| = |a| + |b|$

**Gambar 5** Kesalahan tidak jelas arah pembuktiannya

Untuk kesalahan yang kelima yaitu tidak cermat dalam melihat informasi pada premis. Rincian kesalahan dan kemungkinan alasan dapat dilihat pada Tabel 6.



**Tabel 6** Kesalahan tidak cermat dalam melihat informasi pada premis.

Tipe Kesalahan	Dugaan penyebab kesalahan
Tidak cermat dalam melihat informasi pada premis.	Kurang teliti dalam melihat informasi yang diberikan pada soal

Pada Gambar 5 terlihat bahwa mahasiswa kurang teliti dalam melihat informasi yang diberikan pada soal. Pada soal yang diberikan, mahasiswa diberikan informasi bahwa  $a, b \geq 0$ , namun mahasiswa menuliskan  $a, b \geq 0$  hal ini tentunya dua hal yang sangat berbeda. Misalnya pada kasus  $a = -2$  dan  $b = -3$  maka memenuhi  $a, b \geq 0$ , namun tidak berlaku pada informasi yang dituliskan oleh mahasiswa karena  $a = -2 < 0$  dan  $b = -3 < 0$ . Pembuktian yang dilakukan oleh mahasiswa tentunya benar pada kasus  $a \geq 0$  dan  $b \geq 0$ , namun demikian hal ini bukan pembuktian yang utuh karena jika  $a, b \geq 0$ , maka ada 2 kemungkinan yaitu  $a, b \geq 0$  dan  $a, b \leq 0$ .

**Gambar 6** Kesalahan tidak cermat dalam melihat informasi pada premis.

Untuk kesalahan yang keenam yaitu tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan. Rincian kesalahan dan kemungkinan alasan dapat dilihat pada Tabel 7.

**Tabel 7** Kesalahan tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan

Tipe Kesalahan	Dugaan penyebab kesalahan
Tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan	Kurang teliti dalam mengidentifikasi semua kemungkinan yang terjadi

Pada Gambar 6 terlihat bahwa mahasiswa tidak lengkap dalam mengidentifikasi semua kemungkinan yang ada. Masih ada kemungkinan yang belum dituliskan oleh mahasiswa tersebut. Pada saat  $a, b \geq 0$  masih ada beberapa kemungkinan lain yang belum teridentifikasi oleh mahasiswa yaitu 1)  $a > 0, b = 0$ ; 2)  $a < 0, b = 0$ ; 3)  $a = 0, b > 0$ ; dan 4)  $a = 0, b < 0$ . Sehingga total ada sebanyak 7 kemungkinan yang harus dibuktikan oleh mahasiswa tersebut agar pernyataan jika  $a, b \in \mathbb{R}, a, b \geq 0$  maka  $|a + b| = |a| + |b|$  terbukti. Sebenarnya kemungkinan-kemungkinan ini bisa lebih disederhanakan dengan hanya 2 kemungkinan saja yaitu 1)  $a \geq 0, b \geq 0$  dan 2)  $a \leq 0, b \leq 0$ . Dua kemungkinan tersebut telah mencakup 7 kemungkinan yang disebutkan sebelumnya.

**Gambar 7** Kesalahan tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan

## **DISKUSI**

Berdasarkan paparan hasil yang telah disampaikan pada bagian sebelumnya terdapat tiga kesalahan mahasiswa yang dilakukan pada saat melakukan pembuktian pernyataan biimplikasi yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik hal ini sejalan dengan dengan penelitian yang dilakukan oleh Annisa & Ellya (2017); Istiqomah (2016) ; Jefrizal et al. (2021) yang menemukan adanya kesalahan prosedural, kesalahan konseptual dan kesalahan teknik dalam penelitiannya.

Pada kesalahan konseptual dalam penelitian ini terdapat dua jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) menggunakan contoh untuk membuktikan dan 2) menggunakan penalaran yang tidak tepat. Kesalahan prosedural yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) hanya membuktikan satu arah pada pembuktian biimplikasi dan 2) tidak jelas arah pembuktiannya. Sedangkan pada kesalahan teknik dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) tidak cermat dalam melihat informasi pada premis dan 2) tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian Sari et al. (2017).

## **KESIMPULAN**

Pada kesalahan konseptual dalam penelitian ini terdapat dua jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) menggunakan contoh untuk membuktikan dan 2) menggunakan penalaran yang tidak tepat. Kesalahan prosedural yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) hanya membuktikan satu arah pada pembuktian biimplikasi dan 2) tidak jelas arah pembuktiannya. Sedangkan pada kesalahan teknik dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) tidak cermat dalam melihat informasi pada premis dan 2) tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan.

## **UCAPAN TERIMA MASIH**

Terimakasih kami ucapkan kepada LPPM Universitas Madura yang telah memfasilitasi kami dan memberikan dana dalam melaksanakan penelitian ini.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Annisa, S., & Ellya, R. (2017). Analisis Kesalahan Siswa Menurut Kastolan Dalam Pemecahan Masalah Matematika. *Seminar Matematika Dan Pendidikan Matematika UNY*, 123-130.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2010). *Introduction to Real Analysis* (4th ed.).
- Breiteig, T., & Grevholm, B. (2006). The transition from arithmetic to algebra: To reason, explain, argue, generalize and justify. *Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 225-232.
- Herutomo, M. A. (2017). Miskonsepsi aljabar: konteks pembelajaran matematika pada siswa kelas VIII SMP. *Journal of Basication: Jurnal Pendidikan Dasar*, 1(1), 1-8.
- Irawati, Zubainur, C. M., & Ali, R. M. (2018). Cognitive conflict strategy to minimize

- students' misconception on the topic of addition of algebraic expression. *The 6th South East Asia Design Research International Conference*, 6, 1–6.
- Istiqomah, N. (2016). Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Matematika Siswa Kelas XI SMK Tamtama Karanganyar Tahun Ajaran 2013/2014. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 343–352.
- Jefrizal, Kartini, & Noviarni. (2021). Analisis Kesalahan Konseptual, Prosedural dan Teknis Siswa pada Materi Aritmatika Sosial. *Suska Journal of Mathematics Education*, 7(2), 105–112.
- Martono, N. (2011). *Metode Penelitian Kuantitatif* (2nd ed.). PT Raya Grafindo Persada.
- Miles, M. B., Huberman, M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook*. Sage Publications.
- Noviartati, K., & Ernawati, A. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Optimasi Selama Perkuliahan Daring. *Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika (6 Th SENATIK)*, 223–230.
- Polya, G. (1973). *How to solve It* (second). Princeton University Press.
- Pratiwi, R. W. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Persoalan Numerasi. *THEOREMS*, 6(2), 104–121.
- Radiusman, & Simanjuntak, M. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Aljabar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 5(1), 149–159.
- Rahmawati, A. R., Sudirman, & Rahardi, R. (2021). Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Fungsi dan Persamaan Polinomial. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(5), 2548–2559.
- Sari, C. K., Waluyo, M., Ainur, C. M., & Darmaningsih, E. N. (2017). Menggunakan Contoh Dalam Pembuktian. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 2(2), 1–9.
- Siregar, N. F. (2020). Kesulitan Mahasiswa dalam Pembuktian Matematis Pokok Bahasan Sifat Urutan Pada Bilangan Real. *Forum Paedagogik*, 11(2), 45–54.
- Sulistyaningsih, A., & Rakhmawati, E. (2017). Analisis Kesalahan Siswa Menurut Kastolan Dalam Pemecahan Masalah Matematika. *Seminar Matematika Dan Pendidikan Matematika UNY*, 123–130.
- Takaendengan, B. R., Anwar, A., Takaendengan, W., & Ekawaty, K. P. (2022). Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis. *EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 10(2), 235–243.
- Tamba, K. P., Siahaan, M. M. L., & Appulembang, O. D. (2021). Kesalahan Calon Guru Matematika dalam Menggunakan Ukuran Pemusatan: Pengabaian Variansi. *Jurnal Elemen*, 7(1), 164–179.
- Weber, K. (2002). Student Difficulty In Constructing Proofs: The Need For Strategic Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2), 101–119.

Yuliani, S., Aliyyah, R. R., & Muhdiyati, I. (2022). Peran Guru Sebagai Fasilitator Pembelajaran Daring pada Pandemi Covid-19. *Khazanah Pendidikan*, 16(1), 117–123.