

## Pemetaan Miskonsepsi Siswa pada operasi Bentuk Akar dengan *Four-Tier Diagnostic Test*

Lovi Leoni  
<sup>1,2,3</sup> Tadris Matematika, UIN Sulthan Thaha Saifuddin, Jambi, Indonesia  
\* Corresponding Author. E-mail: [lovileoni@uinjambi.ac.id](mailto:lovileoni@uinjambi.ac.id)

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received: August 19<sup>th</sup>, 2025  
Revised: September 20<sup>th</sup>, 2025  
Accepted: October 4<sup>th</sup>, 2025  
Available: online October 30<sup>th</sup>, 2025

#### Kata Kunci:

Miskonsepsi, Bentuk akar, *Four-tier diagnostic test*

#### Keywords:

*Misconception, radicals, four-tier diagnostic test*



### ABSTRAK

Pemahaman konseptual menjadi fondasi pembelajaran matematika karena menopang berpikir logis, analitis, dan sistematis. Namun banyak peserta didik masih mengalami miskonsepsi pada materi bentuk akar akibat hafalan prosedur aljabar tanpa memahami makna konseptual, misalnya menganggap  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  atau keliru merasionalkan bentuk akar. Kondisi ini menghambat pembelajaran lanjutan dan menurunkan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Karena itu, identifikasi dan pemetaan miskonsepsi diperlukan agar guru merancang strategi pembelajaran yang efektif. Artikel ini menyajikan tahap penerapan (disseminate) instrumen tes diagnostik four-tier untuk memetakan miskonsepsi pada operasi bentuk akar. Instrumen sembilan butir ini telah melewati uji validitas dan reliabilitas. Penerapan dilakukan pada peserta didik kelas X SMAN 12 Kota Jambi. Analisis kategori menunjukkan proporsi pemahaman konsep 35,73%, miskonsepsi 36,88%, false positive 9,39%, false negative 8,14%, dan lack of knowledge 9,87%. Rata-rata jawaban benar tingkat pertama 50,29%. Miskonsepsi tertinggi muncul pada indikator penjumlahan–pengurangan, disusul perkalian dan pembagian. Temuan menegaskan keunggulan four-tier diagnostic test dalam mendeteksi tingkat serta jenis

miskonsepsi secara presisi, dan hasil pemetaan menjadi dasar pembelajaran remedial yang lebih tepat sasaran serta pengembangan instrumen serupa pada materi matematika.

### ABSTRACT

*Conceptual understanding is a cornerstone of mathematics learning because it supports logical, analytical, and systematic thinking. However, many students still experience misconceptions about radicals, often due to memorizing algebraic procedures without grasping their conceptual meaning for example, assuming  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  or making errors when rationalizing radicals. This hinders further learning and reduces higher-order thinking skills. Therefore, identifying and mapping misconceptions are needed so teachers can design more effective instruction. This article reports on the dissemination (implementation) stage of a four-tier diagnostic test developed to map misconceptions in operations with radicals. The nine-item instrument had previously passed validity and reliability testing. Implementation was conducted with Grade 10 students at SMAN 12 Kota Jambi. Concept category analysis showed proportions of conceptual understanding at 35.73%, misconceptions at 36.88%, false positives at 9.39%, false negatives at 8.14%, and lack of knowledge at 9.87%. The average first-tier correct response rate was 50.29%. The highest misconception rate appeared on the addition–subtraction indicator, followed by multiplication and division. These findings confirm the advantages of the four-tier diagnostic test in precisely detecting the levels and types of student misconceptions, and the resulting maps can guide more targeted remedial instruction and support the development of similar diagnostic instruments in mathematics topics.*

## PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika memiliki peran strategis dalam membentuk kemampuan berpikir logis, analitis, dan sistematis pada peserta didik. Menurut (Rahmaniyah & Ihsanudin, 2024), matematika bukan hanya tentang kemampuan berhitung, tetapi tentang bagaimana peserta didik membangun pemahaman konseptual agar mampu mengaplikasikan konsep dalam berbagai situasi kehidupan. Oleh karena itu, pemahaman konsep yang benar (*conceptual understanding*) menjadi aspek utama dalam pembelajaran matematika. Namun, berbagai penelitian menunjukkan bahwa peserta didik masih sering mengalami kesulitan dalam memahami konsep-konsep matematika yang bersifat abstrak, salah satunya pada materi bentuk akar.

Materi bentuk akar merupakan salah satu topik penting dalam kurikulum matematika yang berkaitan erat dengan konsep bilangan real, eksponen, logaritma, dan aljabar. (Dost & Uzun, 2024) menyebutkan bahwa konsep akar dan bilangan irasional membutuhkan pemahaman mendalam terhadap sifat-sifat bilangan real karena melibatkan proses berpikir tingkat tinggi. Namun, dalam kenyataannya, banyak siswa hanya menghafal prosedur penyederhanaan atau rasionalkan bentuk akar tanpa memahami maknanya. Akibatnya, mereka sering melakukan kesalahan konseptual yang disebut *miskonsepsi*.

Menurut (Ridho & Juandi, 2023), *miskonsepsi* adalah bentuk pemahaman yang keliru atau tidak sesuai dengan konsep ilmiah yang benar, yang terbentuk akibat pengalaman belajar yang tidak tepat, penjelasan guru yang ambigu, atau interpretasi pribadi yang salah terhadap simbol dan istilah matematika. Senada dengan itu, (Şenay, 2024) menjelaskan bahwa miskonsepsi dalam matematika muncul ketika proses abstraksi peserta didik dalam memahami konsep tidak berlangsung sempurna, sehingga terjadi reduksi makna yang menyebabkan kesalahan konseptual dan prosedural. Dengan demikian, miskonsepsi bukan sekadar kesalahan hitung, tetapi mencerminkan cara berpikir yang tidak selaras dengan struktur logis konsep matematika itu sendiri.

Dalam konteks pembelajaran matematika, miskonsepsi menjadi masalah serius karena dapat menghambat pembelajaran selanjutnya. (Ridho & Juandi, 2023) menegaskan bahwa peserta didik yang memiliki miskonsepsi akan kesulitan membangun pemahaman baru, sebab pengetahuan sebelumnya yang salah justru menghalangi proses pembentukan konsep yang benar. Oleh sebab itu, penting bagi guru untuk tidak hanya menilai hasil akhir jawaban peserta didik, tetapi juga menelusuri cara berpikir mereka dalam menyelesaikan masalah matematika.

Penelitian yang dilakukan oleh (Phibeta & Wijayanti, 2022) menunjukkan bahwa sekitar 60% peserta didik SMP mengalami miskonsepsi pada materi bentuk akar, terutama dalam konsep sifat bentuk akar, merasionalkan bentuk akar, dan definisi bentuk akar. Sementara (Wahyuni et al., 2017) menemukan bahwa peserta didik di tingkat SMK paling sering salah dalam operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar. Di luar konteks Indonesia, (Özkan, 2019) juga menemukan bahwa peserta didik menampilkan pemahaman yang dangkal terhadap bilangan akar karena pembelajaran yang terlalu menekankan prosedur dibandingkan makna konseptual.

Beberapa faktor diketahui memengaruhi munculnya miskonsepsi pada materi bentuk akar. (Kurniawati & Sopianny, 2022) menjelaskan bahwa miskonsepsi sering terjadi karena peserta didik hanya memahami simbol secara mekanis tanpa memahami konsep yang mendasarinya. Sebagai contoh, masih banyak peserta didik yang beranggapan bahwa  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ , padahal operasi tersebut tidak berlaku. (Sari & Afriansyah, 2020) menambahkan bahwa miskonsepsi juga bisa muncul karena ketidakpahaman terhadap bahasa atau notasi matematika yang digunakan guru, sehingga peserta didik salah menafsirkan makna suatu ekspresi bentuk akar.

Dari sisi teori belajar, (Rahma & Alifiani, 2024) meninjau miskonsepsi dalam kerangka teori Piaget tentang asimilasi dan akomodasi. Mereka menemukan bahwa peserta didik sering kali mempertahankan skema lama yang keliru ketika diperkenalkan dengan konsep baru seperti bilangan irasional, sehingga muncul resistensi kognitif. Kondisi ini menjelaskan mengapa miskonsepsi sulit diubah tanpa adanya pembelajaran yang menimbulkan konflik kognitif.

Upaya untuk memahami dan memperbaiki miskonsepsi membutuhkan pendekatan yang sistematis. Salah satu metode yang efektif adalah melalui pemetaan miskonsepsi. Menurut (Leoni et al., 2020), pemetaan miskonsepsi menggunakan *four-tier diagnostic test* dapat membantu guru dan peneliti mengidentifikasi jenis serta tingkat miskonsepsi peserta didik secara lebih akurat. Instrumen tersebut memungkinkan pendidik membedakan antara kesalahan konseptual, miskonsepsi yang mendalam, dan ketidaktahuan semata.

Pentingnya pemetaan miskonsepsi juga ditegaskan oleh (Saaroh et al., 2021), yang menyatakan bahwa analisis kesalahan harus dilakukan secara komprehensif untuk memahami akar penyebab kesulitan peserta didik. Penelitian oleh (Ardiansari et al., 2023) mendukung hal tersebut dengan menunjukkan bahwa kemampuan aritmetika yang lemah dapat memperburuk miskonsepsi

dalam memahami konsep aljabar dan bentuk akar. Lebih jauh (Dost & Uzun, 2024) menyoroti bahwa kemampuan memahami akar dan bilangan irasional merupakan indikator penting keberhasilan peserta didik dalam transisi dari aritmetika menuju aljabar. Sedangkan (Jinan et al., 2023) menunjukkan bahwa miskonsepsi yang tidak ditangani sejak dini dapat berdampak negatif terhadap kemampuan numerasi peserta didik secara keseluruhan. Oleh karena itu, identifikasi dini terhadap miskonsepsi sangat penting agar guru dapat mengambil langkah korektif yang sesuai.

Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk memetakan miskonsepsi peserta didik pada materi bentuk akar dengan tiga fokus utama: (1) mengidentifikasi jenis-jenis miskonsepsi yang dialami peserta didik, (2) menganalisis tingkat dan pola miskonsepsi yang muncul, serta (3) mengungkap faktor-faktor penyebabnya. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi acuan dalam pengembangan strategi pembelajaran matematika yang lebih efektif, berorientasi pada pemahaman konseptual, dan berfokus pada perbaikan miskonsepsi peserta didik. Artikel ini berfokus pada tahap penerapan (disseminate) dari instrumen four-tier yang dikembangkan, dengan tujuan: (1) memaparkan profil kategori konsepsi peserta didik, (2) mengidentifikasi pola miskonsepsi per indikator, dan (3) menurunkan implikasi instruksional bagi guru matematika.

## METODE

### 2.1 Desain Penelitian

Tahap penerapan merupakan bagian akhir dari model pengembangan 4D (Define–Design–Develop–Disseminate). Pada tahap ini instrumen four-tier yang telah tervalidasi diaplikasikan untuk memetakan miskonsepsi peserta didik.

### 2.2 Subjek dan Lokasi

Subjek penelitian adalah peserta didik kelas X di SMAN 12 Kota Jambi. Pelaksanaan penerapan mengikuti prosedur etik yang berlaku pada institusi terkait.

### 2.3 Instrumen

Instrumen berupa 9 butir tes diagnostik four-tier pada materi operasi bentuk akar. Struktur empat tingkat memfasilitasi pengelompokan respons ke dalam kategori paham konsep, miskonsepsi, false positif, false negatif, dan lack of knowledge. Instrumen yang dipakai telah valid. Instrumen diagnostik four-tier yang digunakan mengacu pada pengembangan oleh Leoni, Maison, dan Muslim (Leoni et al., 2020). Instrumen telah melalui uji validitas isi oleh ahli pendidikan matematika dan uji reliabilitas menggunakan koefisien Cronbach's Alpha. Hasil pengujian menunjukkan bahwa instrumen berada pada kategori layak digunakan sebagai alat diagnostik miskonsepsi.

### 2.4 Prosedur Pengumpulan dan Analisis Data

Peserta didik mengerjakan tes pada satu sesi terkontrol. Data dianalisis secara deskriptif-kuantitatif untuk menghitung proporsi kategori konsepsi per butir dan agregat. Selain itu, dilakukan pemetaan miskonsepsi per indikator (I1: penjumlahan–pengurangan; I2: perkalian; I3: pembagian) berdasarkan deskripsi kesalahan konseptual yang muncul.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

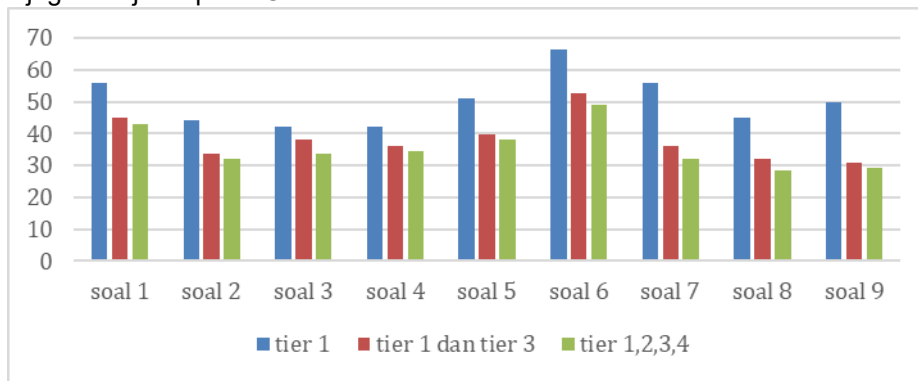
#### 3.1 Ringkasan Kategori Konsepsi

Untuk memperoleh gambaran awal mengenai tingkat pemahaman konsep peserta didik pada materi operasi bentuk akar, dilakukan analisis terhadap jawaban benar pada setiap tier instrumen *four-tier diagnostic test*. Analisis ini bertujuan untuk melihat konsistensi pemahaman peserta didik mulai dari tingkat jawaban, alasan, hingga keyakinan terhadap jawaban yang diberikan. Persentase jawaban benar pada masing-masing tier memberikan informasi mengenai sejauh mana peserta didik benar-benar memahami konsep yang diujikan, bukan sekadar menebak jawaban atau mengikuti prosedur tanpa pemahaman konseptual yang memadai. Hasil analisis jawaban benar peserta didik pada setiap butir soal disajikan pada Tabel 1.

**Tabel 1. Analisis jawaban benar peserta didik**

| No | Jawaban Benar | Jawaban benar (%) |        |        |        |        |        |        |        |        | Mean  |
|----|---------------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
|    |               | Soal 1            | Soal 2 | Soal 3 | Soal 4 | Soal 5 | Soal 6 | Soal 7 | Soal 8 | Soal 9 |       |
| 1  | Tier 1        | 56,03             | 43,97  | 42,24  | 42,24  | 50,86  | 66,38  | 56,03  | 44,83  | 50     | 50,29 |
| 2  | Tier 1 dan 3  | 44,83             | 33,62  | 37,93  | 36,21  | 39,66  | 52,59  | 36,20  | 31,90  | 31,03  | 38,22 |
| 3  | Tier 1 2 3 4  | 43,10             | 31,90  | 33,62  | 34,37  | 37,93  | 49,14  | 31,89  | 28,45  | 29,31  | 35,73 |

Hasil analisis juga disajikan pada Gambar 1.



**Gambar 1. Grafik hasil analisis jawaban benar peserta didik**

Analisis agregat menghasilkan proporsi sebagai berikut: paham konsep 35,73% (lihat tabel 2), miskonsepsi 36,88%, false positif 9,39%, false negatif 8,14%, dan lack of knowledge 9,87%. Rata-rata jawaban benar pada tingkat pertama adalah 50,29%.

**Tabel 2. Presentasi kategori perkonsepsi**

| Kategori          | Proporsi (%) |
|-------------------|--------------|
| Paham Konsep      | 35,73        |
| Miskonsepsi       | 36,88        |
| False Positif     | 9,39         |
| False Negatif     | 8,14         |
| Lack of Knowledge | 9,87         |

### 3.2 Pemetaan per Indikator

Rata-rata miskonsepsi tertinggi pada tabel 3 terjadi pada indikator 1 (penjumlahan–pengurangan bentuk akar), disusul indikator 2 (perkalian), dan indikator 3 (pembagian). Temuan ini sejalan dengan analisis faktor yang menunjukkan tiga kluster utama butir sesuai indikator materi.

**Tabel 3. Miskonsepsi peserta didik berdasarkan indikator soal**

| Jumlah peserta didik | Indikator 1 |    |    |    | Rata-rata miskonsepsi pada indikator 1 | Indikator 2 |    |    | Rata-rata miskonsepsi pada indikator 2 | Indikator 3 |    | Rata-rata miskonsepsi pada indikator 3 |
|----------------------|-------------|----|----|----|--|-------------|----|----|--|-------------|----|--|
|                      | 1           | 2  | 3  | 4  |  | 5           | 6  | 7  |  | 8           | 9  |  |
| 116                  | 46          | 55 | 55 | 54 | 52,5                                   | 46          | 22 | 33 | 33,67                                  | 30          | 44 | 37                                     |

### 3.3 Deskripsi Miskonsepsi Utama

Ringkasan Tabel 2. Miskonsepsi peserta didik berdasarkan indikator soal. Rata-rata tertinggi miskonsepsi terjadi pada Indikator 1 (penjumlahan dan pengurangan bentuk akar), disusul Indikator 2 (perkalian), kemudian Indikator 3 (pembagian). Lihat uraian deskripsi miskonsepsi dalam tabel 4.

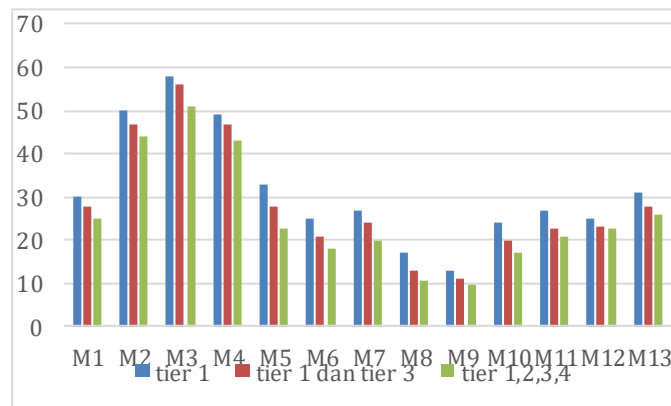
Tabel 4. Deskripsi miskonsepsi peserta didik

| Kode | Deskripsi miskonsepsi   |
|------|---|
| M1   | Peserta didik memahami bahwa operasi penjumlahan bilangan bulat tidak sejenis didalam akar tidak dapat dijumlahkan.   |
| M2   | Peserta didik memahami bahwa operasi penjumlahan bentuk akar didalam akar memiliki penyelesaian yang sama dengan operasi bilangan diluar akar.  |
| M3   | Peserta didik memahami bahwa konsep operasi penjumlahan bentuk akar sama dengan konsep operasi perkalian bentuk akar.   |
| M4   | Peserta didik memahami bahwa bentuk sederhana dari bentuk akar adalah hasil perkalian antara bilangan diluar akar dan didalam akar.   |
| M5   | Peserta didik memahami bahwa hasil penjumlahan bilangan sejenis dibawah akar berbeda dapat dijumlahkan.   |
| M6   | Peserta didik memahami bahwa konsep pengurangan pada operasi bentuk akar yang disederhanakan sama dengan konsep perkalian bentuk akar.  |
| M7   | Peserta didik memahami bahwa konsep pengurangan pada bentuk akar yang disederhanakan dan bentuk akar biasa dengan bilangan yang sama dibawah akar sama dapat diselesaikan dengan mengurangkan bilangan dibawah akar saja. |
| M8   | Peserta didik memahami bahwa konsep pengurangan bentuk akar sama dengan konsep perkalian bentuk akar.   |
| M9   | Peserta didik memahami bahwa konsep pembagian operasi bentuk akar dengan bentuk akar menghasilkan penjumlahan dari $1/\text{bentuk akar} + 1/\text{bentuk akar}$ .  |
| M10  | Peserta didik memahami bahwa konsep operasi pembagian bentuk akar sama dengan konsep pengurangan bentuk akar.   |
| M11  | Peserta didik memahami bahwa konsep operasi pembagian bentuk akar yang disederhanakan berhubungan dengan konsep pengurangan bentuk akar.  |
| M12  | Peserta didik memahami bahwa operasi campuran pada bilangan bentuk akar dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat asosiatif.  |
| M13  | Peserta didik memahami bahwa cara merasionalkan penyebut pada operasi bentuk akar campuran adalah dengan mengalikan penyebut tanpa mengubah tanda operasinya.   |

Berikut rangkuman 13 deskripsi miskonsepsi yang teridentifikasi pada materi operasi bentuk akar (perumusan spesifik dapat disesuaikan dengan tabel deskripsi butir di lampiran penelitian):

1. Menjumlahkan atau mengurangkan radikan berbeda seolah-olah bentuk sejenis (mis.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(a+b)}$ ).
2. Menganggap  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{(a+b)}$  (salah menerapkan sifat perkalian bentuk akar).
3. Kesalahan pemfaktoran radikan sehingga penyederhanaan tidak setara.
4. Mengelola koefisien dan radikan tanpa memisahkan keduanya (mis.  $k\sqrt{a} + m\sqrt{a} \neq (k+m)\sqrt{a}$  bila radikan sama).
5. Tidak merasionalkan penyebut saat diperlukan atau merasionalkan dengan prosedur tidak tepat.
6. Salah menafsirkan akar kuadrat bilangan kuadrat sempurna (mis.  $\sqrt{x^2} = x$  tanpa mempertimbangkan  $|x|$ ).
7. Mencampur operasi berpangkat dengan akar tanpa aturan (mis  $\sqrt{a^2} = \sqrt{a^2}$ ).
8. Menganggap distributif penuh terhadap akar (mis.  $\sqrt{(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ).
9. Kesalahan konversi antara bentuk akar dan bentuk pangkat rasional.
10. Ketidakkonsistenan dalam menggunakan satuan/konstanta dalam konteks aplikasi (jika ada).
11. Kebingungan antara sifat penjumlahan radikal dengan penjumlahan koefisien radikal sejenis.
12. Menafsirkan tanda akar sebagai operator linear terhadap semua operasi aljabar.
13. Keyakinan tinggi pada jawaban yang benar dengan alasan yang salah (false positif konseptual).

Adapun bentuk grafik dari miskonsepsi peserta didik adalah sebagai mana dalam gambar 2 berikut:



Gambar 2. Grafik miskonsepsi peserta didik

Sedangkan persentase miskonsepsi pada setiap tier disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Persentase miskonsepsi peserta didik

| Tingkat an     | M1    | M2    | M3    | M4    | M5    | M6    | M7    | M8    | M9    | M10   | M11   | M12   | M13   | Mean  |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 Tier 1       | 30,17 | 50    | 57,76 | 49,14 | 32,76 | 25    | 26,72 | 17,24 | 12,93 | 24,14 | 26,72 | 25    | 31,03 | 45,40 |
| 2 Tier 1 dan 3 | 27,59 | 46,55 | 56,03 | 46,55 | 27,59 | 20,69 | 24,14 | 12,93 | 11,21 | 19,83 | 22,41 | 23,28 | 27,59 | 40,71 |
| 3 Tier 1 2 3 4 | 25    | 43,97 | 50,86 | 43,10 | 22,41 | 18,10 | 19,83 | 10,34 | 10,02 | 27,24 | 20,69 | 22,41 | 25,86 | 36,59 |

Grafik diatas menunjukkan bahwa dari 13 deskripsi miskonsepsi, M3 merupakan miskonsepsi paling banyak dan M9 adalah miskonsepsi paling sedikit. Selain itu, terlihat bahwa tingkatan miskonsepsi 1 lebih tinggi daripada tingkatan miskonsepsi 2 dan tingkatan miskonsepsi 3. Sedangkan pada tabel 6, terlihat bahwa dalam satu deskripsi miskonsepsi terdapat beberapa item soal. Sedangkan persentase miskonsepsi yang terjadi paling dominan pada miskonsepsi kedua (M2).

Tabel 6. Persentase miskonsepsi peserta didik berdasarkan item soal

| Kode | Deskripsi Miskonsepsi  | Item soal  | Miskonsepsi yang terjadi (%) |
|------|--|--|------------------------------|
| M1   | Peserta didik memahami bahwa operasi penjumlahan bilangan bulat tidak sejenis didalam akar tidak dapat dijumlahkan                             | Item 1 (B,A,B,A)   | 25                           |
| M2   | Peserta didik memahami bahwa operasi penjumlahan bentuk akar didalam akar memiliki penyelesaian yang sama dengan operasi bilangan diluar akar. | Item 1 (C,A,C,A)<br>Item 2 (C,A,C,A)<br>Item 9 (B,A,B,A)   | 43,97                        |
| M3   | Peserta didik memahami bahwa konsep operasi penjumlahan bentuk akar sama dengan konsep operasi perkalian bentuk akar                           | Item 2 (B,A,B,A)<br>Item 3 (D,A,D,A)<br>Item 5 (A,A,A,A)<br>Item 5 (B,A,B,A)<br>Item 8 (B,A,A,A) | 50,86                        |

| Kode | Deskripsi Miskonsepsi  | Item soal                                     | Miskonsepsi yang terjadi (%) |
|------|--|---|------------------------------|
| M4   | Peserta didik memahami bahwa bentuk sederhana dari bentuk akar adalah hasil perkalian antara bilangan diluar akar dan didalam akar.  | Item 3<br>(A,A,A,A)<br>Item 5<br>(C,A,C,A)    | 43,10                        |
| M5   | Peserta didik memahami bahwa hasil penjumlahan bilangan sejenis dibawah akar berbeda dapat dijumlahkan   | Item 3<br>(C, A, C, A)                        | 22,41                        |
| M6   | Peserta didik memahami bahwa konsep pengurangan pada operasi bentuk akar yang disederhanakan sama dengan konsep perkalian bentuk akar.   | Item 4<br>(B,A,B,A)                           | 18,10                        |
| M7   | Peserta didik memahami bahwa konsep pengurangan pada bentuk akar yang disederhanakan dan bentuk akar biasa dengan bilangan yang sama dibawah akar sama dapat diselesaikan dengan mengurangi mengurangkan bilangan dibawah akar saja. | Item 4<br>(C, A, C, A)                        | 19,83                        |
| M8   | Peserta didik memahami bahwa konsep pengurangan bentuk akar sama dengan konsep perkalian bentuk akar   | Item 4<br>(D,A,D,A)                           | 10,34                        |
| M9   | Peserta didik memahami bahwa konsep pembagian operasi bentuk akar dengan bentuk akar menghasilkan penjumlahan dari $1/\text{bentuk akar} + 1/\text{bentuk akar}$ .   | Item 6<br>(A,A,A A)                           | 10,02                        |
| M10  | Peserta didik memahami bahwa konsep operasi pembagian bentuk akar sama dengan konsep pengurangan bentuk akar   | Item 6<br>(B, A, B, A)<br>Item 7<br>(C,A,C,A) | 27,24                        |
| M11  | Peserta didik memahami bahwa konsep operasi pembagian bentuk akar yang disederhanakan berhubungan dengan konsep pengurangan bentuk akar  | Item 7<br>(B, A, B, A)                        | 20,69                        |
| M12  | Peserta didik memahami bahwa operasi campuran pada bilangan bentuk akar dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat asosiatif  | Item 8<br>(C, A, C, A)                        | 22,41                        |
| M13  | Peserta didik memahami bahwa cara merasionalkan penyebut pada operasi bentuk akar campuran adalah dengan mengalikan penyebut tanpa mengubah tanda operasinya.  | Item 9<br>(A, A, A, A)                        | 25,86                        |

### 3.4 Indikator Keberhasilan Diagnostik

Struktur four-tier mengungkap kasus false positif (jawaban benar, alasan salah) dan false negatif (jawaban salah, alasan benar), sehingga intervensi pengajaran dapat diarahkan lebih presisi.

### Pembahasan

Dominannya miskonsepsi pada indikator penjumlahan–pengurangan menunjukkan bahwa peserta didik kerap memperlakukan radikal berbeda sebagai bentuk sejenis. Pada indikator perkalian, miskonsepsi terkait penerapan sifat akar dan pemfaktoran radikan juga menonjol. Proporsi false positif mengindikasikan adanya pola penebakan jawaban atau prosedur mekanistik tanpa pemahaman alasan konseptual. Sementara false negatif mengisyaratkan pemahaman konsep yang belum konsisten diterapkan secara prosedural.

Perbandingan dengan literatur memperkuat temuan bahwa four-tier unggul dalam membedakan tingkat keyakinan atas jawaban dan alasan, sehingga diagnosis lebih tajam dibanding tes pilihan ganda konvensional. Untuk tahap akhir adalah tahap *disseminate*, pada tahap ini diperoleh hasil bahwa dalam penerapan terdapat 13 deskripsi miskonsepsi peserta didik. Dari deskripsi miskonsepsi ini terlihat bahwa dominannya miskonsepsi pada operasi penjumlahan dan perkalian bentuk akar

menunjukkan bahwa peserta didik masih cenderung menerapkan aturan operasi bilangan bulat secara langsung pada bentuk akar. Hal ini mengindikasikan lemahnya pemahaman konseptual terhadap sifat-sifat radikal, sehingga siswa lebih mengandalkan pola prosedural daripada makna matematis dari operasi tersebut. Sedangkan pada penelitian (Yang & Lin, 2015) tidak mendeskripsikan dan mengkategorikan miskonsepsi yang dialami oleh peserta didik, hanya melihat sejauh mana peserta didik mengalami miskonsepsi.

Pada penerapan instrumen tes miskonsepsi yang terdiri dari 9 item soal, diperoleh rata-rata hasil proporsi jawaban benar tingkat pertama adalah 50,29%, tingkat 1 dan 3 yakni jawaban dan alasan sebanyak 38,22%, serta proporsi jawaban benar semua tingkat adalah 35,73%. Adapun perbedaan uji tingkat 1 dan (tingkat 1 dan tingkat 3) dikarenakan adanya *false positif*, sedangkan uji tingkat 1 dan semua tingkat perbedaan jumlah % nya dikarenakan adanya *false negatif*. Selanjutnya pada analisis kategori konsepsi diperoleh bahwa 35,73% peserta didik paham konsep. *False positive* sebanyak 9,39%, *false negatif* 8,14%, miskonsepsi sebanyak 36,88, dan *lack of knowledge* sebanyak 9,87%. Dari hasil tersebut menunjukkan bahwa cukup banyak peserta didik yang memahami konsep materi operasi bentuk akar. Akan tetapi cukup banyak juga yang mengalami miskonsepsi. Menurut penelitian yang dilakukan oleh (Yang & Lin, 2015) bahwa keyakinan peserta didik lebih banyak ketika menjawab tier 1 daripada tier 3. Sesuai dengan kriteria persyaratan, *false positif*, *false negatif*, dan *lack of knowledge* kurang dari 10% (Kaltakci-Gurel et al., 2017) Dari segi analisis miskonsepsi peserta didik diperoleh rata-rata miskonsepsi peserta didik pada indikator 1 (penjumlahan dan pengurangan bentuk akar) sebanyak 53 orang peserta didik (45,68%), rata-rata miskonsepsi pada indikator 2 (perkalian dan pembagian bentuk akar) sebanyak 34 orang peserta didik (29,31%), serta pada indikator 3 (operasi campuran dan merasionalkan bentuk akar) terdapat 37 orang peserta didik (31,89%).

Pada item miskonsepsi peserta didik terdapat rata-rata 45,40% untuk uji 1 tingkat, dan untuk uji 2 tingkat sebanyak 40,71%, serta uji 4 tingkat sebanyak 36,59%. Hal ini menunjukkan bahwa perbedaan persentase tersebut dikarenakan adanya *false positif*, *false negatif*, dan *lack of knowledge*. Perbedaan proporsi pada uji satu tingkat dengan uji dua tingkat 4,69 % karena adanya *false negative*. Perbedaan proporsi uji satu tingkat dengan uji empat tingkat 8,81% karena adanya *false negative* dan *lack of knowledge*.

Adapun deskripsi miskonsepsi yang terjadi menunjukkan 3 miskonsepsi yang paling banyak dilakukan oleh peserta didik yakni M2, M3, dan M4. Deskripsi dari M2 adalah peserta didik memahami bahwa operasi penjumlahan bentuk akar memiliki penyelesaian yang sama dengan operasi bilangan diluar akar. Deskripsi M3 adalah peserta didik memahami bahwa konsep operasi bentuk akar sama dengankonsep operasi perkalian bentuk akar. Deskripsi M4 adalah peserta didik memahami bahwa bentuk sederhana dari bentuk akar adalah hasil perkalian antara bilangan diluar akar dan didalam akar. Jumlah persentase miskonsepsi M2 adalah 43,97%, M3 adalah 50,86%, M4 adalah 43,10%. Ketiga miskonsepsi ini adalah kategori penjumlahan bilangan bentuk akar. Akan tetapi, M2 itu sendiri terdiri dari dari 3 item. Jadi masing-masing terdiri dari 14,97%. Sedangkan M3 terdiri dari 5 item, sehingga masing-masing terdiri dari 10,86%. Untuk M4 terdiri dari 2 item sehingga masing-masing terdiri dari 21,55%.

Setelah persentase dihitung per item maka diperoleh persentase yang paling tinggi adalah M1 dan M13 yakni 25% dan 25,86%. Adapun M1 terdiri dari 1 item yakni deskripsinya adalah peserta didik memahami bahwa operasi penjumlahan bilangan bulat tidak sejenis didalam akar tidak dapat dijumlahkan. Sedangkan untuk M13 juga terdiri dari 1 item soal yang mana deskripsinya adalah peserta didik memahami bahwa cara merasionalkan penyebut pada operasi bentuk akar campuran adalah dengan mengalikan penyebut tanpa mengubah tanda operasinya. Sehingga untuk secara keseluruhan miskonsepsi paling tinggi terdapat M13 dan paling rendah adalah M9. Adapun proporsi masing-masing miskonsepsi dalam penelitian ini lebih dari 10%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa instrumen tes ini valid sesuai dengan konten sehingga dapat mengidentifikasi miskonsepsi peserta didik (Kaltakci, 2017).

## SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa four-tier diagnostic test efektif digunakan untuk memetakan miskonsepsi siswa secara lebih mendalam karena mampu mengidentifikasi tingkat keyakinan siswa terhadap jawaban dan alasan yang diberikan. Temuan penelitian mengindikasikan bahwa miskonsepsi paling dominan terjadi pada operasi penjumlahan dan perkalian bentuk akar. Oleh karena itu, hasil pemetaan ini dapat menjadi dasar bagi guru dalam merancang pembelajaran remedial yang lebih terarah dan berbasis konseptual.

## UCAPAN TERIMAKASIH

Terima kasih kepada pihak sekolah dan peserta didik yang berpartisipasi. Pelaksanaan mengikuti ketentuan etik institusi terkait, termasuk persetujuan sekolah dan kerahasiaan data siswa.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ardiansari, L., Suryadi, D., & Dasari, D. (2023). The misconceptions of students on equations based on their arithmetic knowledge. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 8(6), 387–393. <https://doi.org/10.17977/jptpp.v8i6.24633>
- Dost, Ş., & Uzun, Ö. E. (2024). Square root expressions and irrational numbers in middle school mathematics textbooks throughout the history of the Republic. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, 53(1), 87–130. <https://doi.org/10.14812/cuefd.1272501>
- Jinan, R., Aswita, D., & Suryawati, I. (2023). Correlation of misconceptions on students' numeracy ability in answering math problem solving problems at SD Negeri 57 Banda Aceh. *DIDAKTIKA: Jurnal Pendidikan Sekolah Dasar*, 6(2), 99–104. <https://doi.org/10.21831/didaktika.v6i2.63152>
- Kaltakci-Gurel, D., Eryilmaz, A., & McDermott, L. C. (2017). Development and application of a four-tier test to assess pre-service physics teachers' misconceptions about geometrical optics. *Research in Science & Technological Education*, 35(2), 238–260. <https://doi.org/10.1080/02635143.2017.1310094>
- Kurniawati, A., & Sopiany, H. N. (2022). Miskonsepsi siswa dalam menyederhanakan operasi perkalian dan pembagian pada bentuk aljabar menurut teori Bruner. *EduMatSains: Jurnal Pendidikan, Matematika Dan Sains*, 6(2), 363–376. <https://doi.org/10.33541/edumatsains.v6i2.3614>
- Leoni, L., Maison, M., & Muslim, M. (2020). Pengembangan instrumen tes four-tier untuk mengidentifikasi miskonsepsi siswa pada materi operasi bentuk akar. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 771–778. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v4i2.284>
- Özkan, A. (2019). Misconceptions in radical numbers in secondary school mathematics. *New Trends and Issues Proceedings on Humanities and Social Sciences*, 6(1), 205–212. <https://doi.org/10.18844/prosoc.v6i1.4171>
- Phibeta, T., & Wijayanti, P. (2022). Miskonsepsi peserta didik SMP pada materi bentuk akar menggunakan instrumen four-tier test. *MATHEdunesa: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 11(2), 606–619. <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v11n2.p606-619>
- Rahma, L. V., & Alifiani. (2024). Students' misconceptions in simplifying algebraic expressions based on assimilation and accommodation frameworks. *JMPM: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 9(2), 191–206. <https://doi.org/10.26594/jmpm.v9i2.5172>
- Rahmaniyah, Z., & Ihsanudin, I. (2024). Analysis of junior high school students' misconceptions based on constructivism theory in solving numeracy literacy problems. *AlphaMath: Journal of Mathematics Education*, 10(2), 284–294. <https://doi.org/10.30595/alphamath.v10i2.21791>
- Ridho, M. H., & Juandi, D. (2023). Systematic literature review: Identification of misconceptions in mathematics learning. *Jurnal Math Educator Nusantara*, 9(1), 77–94. <https://doi.org/10.29407/jmen.v9i1.19918>
- Saarah, F., Aziz, T. A., & Wijayanti, D. A. (2021). Analysis of students' misconceptions on solving algebraic contextual problems. *Risenologi*, 6(1), 19–30. <https://doi.org/10.47028/j.risenologi.2021.61.165>
- Sari, H. M., & Afriansyah, E. A. (2020). Analisis miskonsepsi siswa SMP pada materi operasi hitung bentuk aljabar. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(3), 439–450. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v9i3.626>
- Şenay, Ş. C. (2024). Analysis of misconceptions and errors regarding exponential and radical expressions through the theory of reducing abstraction. *Research on Education and Psychology*, 8(2), 281–295. <https://doi.org/10.54535/rep.1520588>
- Wahyuni, T. N., Yusmin, E., & Suratman, D. (2017). Miskonsepsi siswa pada penjumlahan dan pengurangan bentuk akar di kelas X SMKN 1 Pontianak. *Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Khatulistiwa*, 5(11), 1–16. <https://jurnal.untan.ac.id/index.php/jpdpb/article/view/18078>
- Yang, D.-C., & Lin, Y.-C. (2015). Assessing 10- to 11-year-old children's performance and misconceptions in number sense using a four-tier diagnostic test. *Educational Research*, 57(4), 415–440. <https://doi.org/10.1080/00131881.2015.1085235>