

PERHITUNGAN TAMPANG LINTANG DIFERENSIAL HAMBURAN ELASTIK ELEKTRON-ARGON PADA 10,4 eV DENGAN ANALISIS GELOMBANG PARSIAL

Paken Pandiangan ⁽¹⁾, Suhartono ⁽²⁾, dan A. Arkundato ⁽³⁾

⁽¹⁾ PMIPA FKIP Universitas Terbuka,

⁽²⁾ & ⁽³⁾ FMIPA Universitas Negeri Jember)

e-mail: pakenp@ut.ac.id

ABSTRACT

It has been calculated theoretically using the partial wave methods for the elastic scattering differential cross-section of electron-argon at 10.4 eV. The wave function from Schrodinger equation was computed by the Numerov integration methods. For simplicity of scattering system, the Gaussian potential form has been employed. For comparison between theoretical and experimental approach then we used the test. The for this research is 2.386 that shows this calculation is good.

Key words: Elastic scattering, elastic, Schrödinger equation, phase shift, cross-section, partial wave methods.

PENDAHULUAN

Sejumlah besar data tampang lintang diferensial (TLD-Differential Cross-section) untuk hamburan elastik elektron-argon baik ditinjau dari segi teoretik dan eksperimen ataupun sebaliknya telah diperoleh sampai saat ini. Hasil-hasil yang dihitung dan diukur biasanya dibandingkan dengan menampilkan grafik hubungan tampang lintang diferensial (TLD) terhadap sudut hamburan dengan rentang tertentu dan pada energi elektron yang sudah ditentukan. Secara eksperimen, Vuskovic dan Kurepa (1976) telah mengukur TLD untuk energi elektron antara 60 eV sampai dengan 150 eV dengan rentang sudut 50 sampai dengan 150o. William dan Willis (1975) mengukur TLD untuk energi elektron antara 20 eV sampai dengan 400 eV dengan rentang sudut hamburan 20o sampai dengan 150o. Panajotovic et al (1997) mengukur TLD untuk energi elektron antara 10 eV sampai dengan 100 eV dengan rentang sudut hamburan 20o sampai 150o. DuBois dan Rudd (1975) mengukur TLD dengan rentang sudut kecil antara 5o sampai dengan 150o dengan rentang energi 20eV sampai dengan 800 eV. Perhitungan tampang lintang diferensial (TLD) untuk hamburan elektron-argon secara teoretik pernah dilakukan orang dengan menggunakan potensial efektif yang diturunkan melalui prosedur Hartree-Fock multi-konfigurasi. Rentang sudut yang digunakan adalah antara 5o sampai dengan 180o dengan rentang energi antara 50 eV sampai dengan 1000 eV. Nilai energi yang digunakan sebagai pembanding antara hasil perhitungan TLD secara teoretik dengan hasil perhitungan secara eksperimen adalah sebesar 200 eV dan 800 eV. Hasil perhitungan TLD yang dilaporkan menunjukkan adanya kesesuaian yang cukup baik dengan perhitungan eksperimen. Data-data tampang lintang hamburan elastik elektron-atom memiliki peranan penting dalam menentukan struktur-struktur internal atom dan gaya-gaya yang bekerja di dalam sistem hamburan dua partikel tersebut. Untuk mendesain reaktor nuklir data-data tampang lintang reaksi fisi maupun tampang lintang reaksi fusi diperlukan sekali.

Tujuan utama dalam riset ini adalah untuk menghitung tampang lintang diferensial pada hamburan elastik elektron-argon secara numerik dengan menggunakan metoda analisis gelombang

parsial. Dalam eksperimen, hamburan atom argon dipilih karena memiliki beberapa keunggulan, diantaranya sangat stabil (gas mulia) dan cukup mudah diperoleh.

TINJAUAN PUSTAKA

Dekomposisi gelombang parsial yang standar untuk fungsi gelombang hamburan dapat dirumuskan sebagai (Koonin dan Meredith, 1990)

$$\psi(r) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l e^{i\delta_l} \frac{R_l(r)}{kr} P_l(\cos\theta). \quad (1)$$

Selanjutnya persamaan (1) disubstitusikan ke dalam persamaan Schrödinger:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2d}{dr^2} - U(r) + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \Psi(r) = 0. \quad (2)$$

Maka fungsi gelombang radial yang diperoleh memenuhi persamaan diferensial radial berikut ini

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - E \right] R_l(r) = 0. \quad (3)$$

Meskipun persamaan (2) ini sama seperti yang dipenuhi oleh fungsi gelombang bound state, syarat-syarat batas yang dimiliki adalah berbeda. Nilai fungsi radial $R_l = 0$ pada titik asal ($r = 0$), namun pada jarak r yang jauh (asimtotik) fungsi radial memberikan persamaan:

$$R_l \rightarrow kr [\cos\delta_l j_l(kr) - \sin\delta_l n_l(kr)] \quad (4)$$

dimana j_l dan n_l adalah fungsi Bessel bola dan fungsi Neumann bola dengan orde l . Simbol dalam persamaan (2) adalah beda fase yang hadir karena adanya potensial yang untuk atom berarti potensial Coulomb sentral $V(r)$ yang hanya bergantung pada posisi r dan bersifat simetri bola. Beda fase di atas bisa diperoleh dengan cara mencocokkan (fitting) nilai fungsi gelombang terhambur di dua titik berbeda yang berdekatan dengan menggunakan persamaan (3) seperti di bawah ini.

$$R_l^{(1)} = A kr^{(1)} [\cos\delta_l j_l(kr^{(1)}) - \sin\delta_l n_l(kr^{(1)})], \quad (5)$$

dan

$$R_l^{(2)} = Akr^{(2)} [\cos \delta_l j_l(kr^{(2)}) - \sin \delta_l n_l(kr^{(2)})]. \quad (6)$$

Dengan penurunan rumus yang agak panjang, maka diperoleh

$$\tan \delta_l = \frac{G_j^{(1)} - j_l^{(2)}}{G n_l^{(1)} - n_l^{(2)}}, \quad G = \frac{r^{(1)} R_l^{(2)}}{r^{(2)} R_l^{(1)}}, \quad (7)$$

dimana $j_l^{(1)} = j_l(kr^{(1)})$, dan seterusnya. Tanda (1) dan (2) menunjukkan dua titik yang dipilih untuk asimtotik.

Di dalam pemecahan masalah hamburan elastik dengan menggunakan metoda analisis gelombang parsial, tampang lintang diferensialnya merupakan kuadrat amplitudo hamburan yang dimutlakkan,

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = |f(\theta)|^2 = \left| \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{k} \exp(i\delta_l) \sin \delta_l P_l(\cos \theta) \right|^2, \quad (8)$$

persamaan (8) dapat dituliskan hanya dalam bentuk bilangan real sebagai

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \left(\frac{f_r}{k} \right)^2 + \left(\frac{f_i}{k} \right)^2, \quad (9)$$

dengan

$$f_r = \sum_l (2l+1) \cos \delta_l \sin \delta_l P_l(\cos \theta), \quad (10)$$

dan

$$f_i = \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l P_l(\cos \theta). \quad (11)$$

Simbol P_l adalah untuk polinomial Legendre.

METODE PENELITIAN

Untuk mendapatkan perhitungan tampang lintang diferensial hamburan elastik elektron-argon secara numerik (teoretik), langkah-langkah yang perlu dilakukan adalah sebagai berikut:

- a. Persamaan Schrödinger pada persamaan (3) dipecahkan dengan metode integrasi *Numerov* :

$$R_l(n) = \frac{2 - 10 \frac{dr^2}{12} g^2(n-1)}{1 + \frac{dr^2}{12} g^2(n)} R_l(n-1) - \frac{1 + \frac{dr^2}{12} g^2(n-2)}{1 + \frac{dr^2}{12} g^2(n)} R_l(n-2), \quad (12)$$

dengan

$$g^2(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right],$$

μ adalah massa reduksi electron- argon, dan indeks n pada R_l digunakan untuk menentukan nilai fungsi gelombang radial R_l yang ke- n . Besarnya E dalam perhitungan ditentukan sebesar 10,4 eV

agar dapat dibandingkan dengan hasil eksperimen. Konstanta $\frac{\hbar^2}{\mu} = 7,62003 \text{ eV} \cdot \text{Angstrom}^2$. Secara analitis harga l bernilai dari nol sampai dengan tidak berhingga, namun untuk praktisnya nilai l ditentukan sampai batas tertentu. Dalam riset ini l_{\max} ditentukan sebesar 5.

- b. Potensial $V(r)$ yang digunakan di dalam pemecahan persamaan Schrödinger adalah potensial Gaussian berbentuk

$$\left. \begin{aligned} V(r) &= V_0 \cdot \exp(-r^2); && \text{untuk } r < r_{\max} \\ V(r) &= 0; && \text{untuk } r > r_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Bentuk pers. (13) berupa distribusi Normal, yang mengandung arti fisis bahwa potensial akan berharga nol ketika r berharga maksimum, sebab jika $r > r_{\max}$, maka harga dari e^{-r^2} akan mendekati harga nol. Sebaliknya untuk harga $r < r_{\max}$, maka harga e^{-r^2} akan terdistribusi menurut kurva gaussian.

Nilai V_0 dalam perhitungan ini ditentukan sebesar 8,65 eV. Nilai sebesar ini merupakan nilai pilihan terbaik yang digunakan pada penelitian ini. Sedangkan r_{\max} ditentukan sebesar 3 Angstrom. Perkiraan nilai-nilai dalam orde ini sering digunakan dalam perhitungan hamburan inti atom (Koonin dan Meredith, 1990).

- c. Perhitungan beda fase dilakukan dengan menggunakan persamaan (7).
 d. Perhitungan polinomial Legendre secara numerik dilakukan dengan menggunakan hubungan rekursif (Thankapan, 1985):

$$P_{l+1}(x) = ((2l+1) \cdot x \cdot P_l(x) - l \cdot P_{l-1}(x)) / (l+1); \quad x = \cos \theta. \quad (14)$$

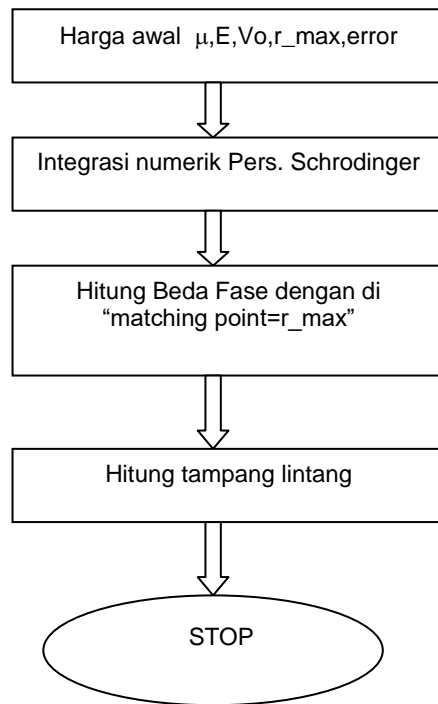
- e. Tampang lintang diferensial dihitung dengan menggunakan persamaan (9).

- f. Hasil perhitunganampang lintang diferensial dibandingkan dengan hasil eksperimen dengan menggunakan χ^2 -test (Bevington, 1969 dan McCarthy, 1968). Secara matematis analisis χ^2 dapat dituliskan;

$$c^2 = (T_l - E_i)^2 / E_i^2, \quad (15)$$

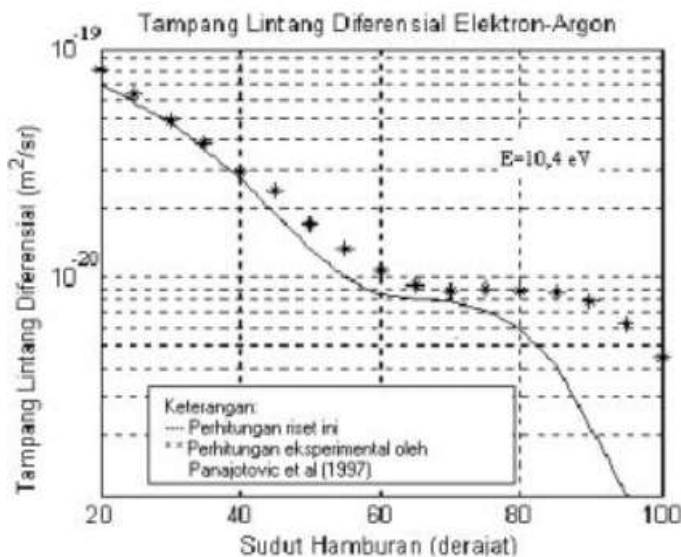
dimana T_l mewakili nilaiampang lintang diferensial teoretik dalam riset ini, dan E_i mewakili nilaiampang lintang diferensial eksperimen.

- g. Diagram alir perhitunganampang lintang:



HASIL DAN PEMBAHASAN

Perhitunganampang lintang diferensial untuk hamburan elektron-argon dengan kenaikan sudut hamburan antara 20° sampai dengan 75° menunjukkan penurunan yang lembut (smooth), ini berarti bahwa peluang terhamburnya partikel elektron pada rentang sudut tersebut relatif konstan (Gambar.1). Bentuk kurva yang khas untuk hubunganampang lintang diferensial terhadap sudut hamburan ini dapat digunakan sebagai uji yang sensitif terhadap hasil perhitungan secara teoretik maupun eksperimen.



Gambar 1. Tampang lintang diferensial untuk hamburan elastik elektron-argon.

Berdasarkan gambar.1 tersebut pada rentang sudut 20° sampai dengan 75°, nilaiampang lintang hamburan diferensial menunjukkan kesesuaian yang cukup baik antara hasil perhitungan teoretik dan hasil perhitungan eksperimen. Namun untuk sudut 75° ke atas nilainya menyimpang tidak terlalu jauh dengan hasil perhitungan eksperimen. Penyimpangan yang tidak terlalu besar ini kemungkinan disebabkan oleh adanya faktor dimana potensial Gaussian nilainya merosot lebih cepat daripada potensial yang memiliki faktor 1/r. Disamping itu pula parameter-parameter masukan seperti r_{max} , step integrasi dr, jumlah titik integrasi, dan besarnya potensial V_0 dapat juga mempengaruhi perhitunganampang lintang diferensial secara teoretik (numerik).

Analisa secara keseluruhan perhitunganampang lintang diferensial dengan metode analisis gelombang parsial untuk hamburan elastik elektron-argon dengan energi 10,4 eV sudah menunjukkan kesesuaian yang cukup baik dengan hasil eksperimen dalam riset ini. Ini didukung dengan perhitungan χ^2 yang diperoleh sebesar 2,386 sedangkan dari tabel distribusi χ^2 diperoleh sebesar 2,453 dengan selang kepercayaan 99,9 % untuk 16 derajat kebebasan.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang detail di atas dapat disimpulkan bahwa perhitunganampang lintang diferensial (TLD) untuk hamburan elastik elektron-argon dengan metode analisis gelombang parsial dapat dibandingkan dengan hasil eksperimen yang menunjukkan adanya kesesuaian yang cukup baik dengan analisa perhitungan χ^2 . Melalui perhitungan χ^2 ini diperoleh nilai yang lebih kecil daripada nilai tabel. Energi elektron yang digunakan sebagai partikel datang sebesar 10,4 eV. Perhitungan solusi persamaan Schrödinger digunakan metode integrasi Numerov dengan kehadiran potensial Gaussian. Perbandingan perhitunganampang lintang hamburan diferensial (TLHD) untuk rentang sudut 20° sampai dengan 75° secara teoretik dan eksperimen menunjukkan adanya kesesuaian yang cukup baik. Namun pada sudut 75° ke atas menunjukkan penyimpangan yang tidak terlalu jauh dengan hasil eksperimen. Ini kemungkinan disebabkan oleh jenis potensial interaksi yang

dipilih dan kemungkinan disebabkan oleh parameter-parameter input yang mempengaruhi dalam perhitungan secara numerik.

DAFTAR PUSTAKA

Vuskovic, L. dan M.V. Kurepa (1976). "Differential Cross Section of 60-150 eV Electron Elastically scattered in Argon". Dalam *Journal of Physics B: Atomic, Molecular, and Optical Physics*. p. 837-842. (April, 9).

William, J. F dan B. A. Willis (1975). "The Scattering of Electron from Inert Gases. I. Absolute differential Elastic Cross Section for Argon Atoms". Dalam *Journal of Physics B: Atomic, Molecular, and Optical Physics*. (July, 8).

R Panajotović et al (1997). "Critical Minima in Elastic Electron Scattering by Argon". Dalam *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical physics*. (September, 30). Printed in the UK.

DuBois, R. D dan M. E. Rudd (1975). "Absolute Differential Cross Section for 20-800 eV Electrons Elastically Scattered from Argon". Dalam *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*.

Koonin, S. E. and D. C. Meredith. 1990. *Computational Physics Fortran Version*. Canada : Addison-Wesley Publishing Company.

Thankkapan, V.K. 1985. *Quantum Mechanics*. India: Wiley Eastern Limited. Chap.7.

Bevington, P. R. 1969. *Data Reduction and Error Analysis for The Physical Sciences*. NY: McGraw-Hill Book Company.

McCarthy, I. E. 1968. *Introduction to Nuclear Theory*. NY & London: John Wiley & Sons, Inc.

<http://electron6.phys.utk.edu/qm2/numerical/program3.htm>

<http://electron6.phys.utk.edu/qm2/numerical/crossar.txt>

http://electron6.phys.utk.edu/qm2/numerical/program_4.htm