

## PENGOPTIMALAN LUAS PANEN PADI UNTUK MEMAKSIMALKAN PRODUKTIVITAS PADI MENGGUNAKAN *PROGRAMMING* KUADRATIK METODE BEALE DI LAMPUNG SELATAN

Nuria Goknida Manalu, Tiara Shofi Edriani\*

*Program Studi Matematika, Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia*

*\*Penulis korespondensi: [tiara.edriani@ma.itera.ac.id](mailto:tiara.edriani@ma.itera.ac.id)*

### ABSTRAK

Pengoptimalan luas panen padi merupakan tantangan penting dalam budidaya pertanian untuk meningkatkan produktivitas dengan memanfaatkan batasan luas lahan yang tersedia. Studi ini membahas terkait penyelesaian pemrograman kuadratik dalam mengoptimalkan luas panen padi di Kabupaten Lampung Selatan tahun 2021-2023 guna mencapai produktivitas maksimum. Dalam studi ini, metode Beale diterapkan untuk menyelesaikan masalah non-linear yang dihadapi dalam pengoptimalan. Fungsi tujuan kuadratik digunakan untuk menggambarkan hubungan kompleks antara luas panen dan hasil padi, dengan tujuan memaksimalkan produktivitas padi tanpa melampaui batasan luas lahan yang ada. Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh produktivitas padi maksimum sebesar 1.342.192.815,8542 ku/ha dengan besaran luas panen padi yang optimal di berbagai kecamatan, Kabupaten Lampung Selatan.

**Kata kunci:** luas panen, produktivitas padi, optimisasi, pemrograman kuadratik, metode beale

### 1 PENDAHULUAN

Provinsi Lampung adalah salah satu sentra produksi padi di luar Pulau Jawa dan merupakan penghasil padi terbesar ke-6 di Indonesia. Pada tahun 2023, Provinsi Lampung memiliki luas panen padi sebesar 530.110 hektar, meningkat 2,3% dari tahun 2022, dengan nilai produksi padi sekitar 2,76 juta ton Gabah Kering Giling (GKG) (Lampung Selatan, 2024). Kabupaten Lampung Selatan merupakan salah satu kabupaten penghasil padi terbesar di Provinsi Lampung dengan luas panen sebesar 56.393,41 hektar pada 2022. Dari luasan tersebut diperoleh produksi padi sebesar 333.941,87 ton GKG dan produksi beras sebesar 195.416,54 ton (Lampung Tengah, 2023).

Seiring meningkatnya pertumbuhan penduduk maka perlu memanfaatkan sumber daya alam yang ada untuk mensejahterakan masyarakat, yaitu terpenuhinya kebutuhan pokok manusia yang meliputi sandang, pangan dan papan, khususnya padi (Masganti, 2020). Berdasarkan fakta besarnya peran Provinsi Lampung sebagai salah satu lumbung padi nasional, maka ketahanan pangan varietas padi perlu dipertahankan bahkan ditingkatkan guna menjaga stabilitas kebutuhan pangan seiring pertumbuhan penduduk. Dalam bidang pertanian, budidaya padi penting dilakukan untuk mengetahui hubungan antara luas panen, luas lahan, dan produktivitas padi dalam mengoptimalkan hasil pertanian. Luas panen dapat dianggap sebagai luas area yang dipanen hasilnya dalam satu periode, sementara itu luas lahan adalah batas lahan yang dapat ditanami padi dan tidak dapat diperluas tanpa mengubah penggunaan lahan (Cassman, Dobermann, & Walters, 2002).

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi adalah pemrograman kuadratik menggunakan metode Beale. Optimasi adalah pencapaian hasil sesuai harapan secara efektif dan efisien (Rattu, Pioh, & Sampe, 2022) dan pemrograman kuadratik memungkinkan pemodelan hubungan yang tidak linear antara variabel-variabel yang

terlibat sehingga sangat relevan dalam kasus pertanian. Dalam studi ini, faktor yang digunakan yaitu luas panen yang dibatasi oleh luas lahan sehingga mempengaruhi produktivitas yang membuat hubungan tidak linear (Sitanggang & Sinaga, 2023).

Permasalahan nonlinear dekat dengan kehidupan sehari-hari. Penelitian terdahulu telah membahas terkait pemodelan harga saham PT Indosat Tbk selama pandemi COVID-19 menggunakan Gerak Brown Geometri (Edriani, The Geometric Brownian Motion of Indosat Telecommunications Daily Stock Price During the Covid-19 Pandemic in Indonesia, 2021). Kemudian dengan model regresi robust ditinjau hubungan kepadatan penduduk dengan pola penyebaran Covid-19 di DKI Jakarta (Edriani, Rahmadani, & Noor, Analisis Hubungan Kepadatan Penduduk dengan Pola Penyebaran COVID-19 Provinsi DKI Jakarta menggunakan Regresi Robust, 2021). Lalu, terdapat pemodelan deret waktu musiman yang melibatkan faktor intervensi pandemi Covid-19 pada jumlah penumpang pesawat (Thomasi, Edriani, & Noor, 2024). Penelitian permasalahan nonlinear lain yang membahas tentang pemrograman kuadratik adalah Adawiah dkk (Adawiah, Kiftiah, & Pasaribu, 2023). Penelitian tersebut menjelaskan tentang penentuan solusi optimal yaitu produksi padi dengan pemrograman kuadratik menggunakan metode Beale. Penelitian lainnya oleh (Basriati, Safitri, & Ulfa, 2020) yang membahas tentang optimasi rata-rata produksi kelapa di Kabupaten Indragiri Hilir menggunakan metode Wolfe dengan pembentukan fungsi tujuan menggunakan kondisi Kuhn-Tucker. Metode Beale juga pernah dibahas oleh (Erlina, Syaripuddin, & Amijaya, 2022) dengan penerapannya menggunakan pemrograman kuadratik pada data produksi padi Kota Balikpapan. Penelitian lain juga oleh (Fitri & Helma, 2023) menjelaskan tentang optimasi rata-rata produksi jagung di Kabupaten Lima Puluh Kota menggunakan pemrograman kuadratik metode Wolfe.

Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) Lampung Selatan, produksi padi dan luas panen mengalami fluktuasi pada tahun 2021-2023, sehingga perlu pengoptimalan luas panen padi untuk mendapatkan produktivitas padi yang maksimum. Salah satu faktor yang mempengaruhi produktivitas padi adalah luas panen dengan batasan luas lahan padi (Bakhri, 2016). Misalnya, peningkatan luas panen di suatu saat tertentu dapat menyebabkan penurunan hasil per hektar akibat faktor-faktor seperti penurunan kualitas tanah atau keterbatasan sumber daya (Megawati, 2021). Dengan demikian, studi ini dilakukan untuk pengoptimalan luas panen padi menggunakan metode Beale untuk memaksimalkan produktivitas padi di Kabupaten Lampung Selatan tahun 2021 hingga 2023.

## 2 METODE

### 2.1 Pemrograman Kuadratik

Pemrograman kuadratik merupakan suatu pendekatan penyelesaian pemrograman optimasi nonlinear dengan fungsi tujuannya berupa fungsi kuadrat dan kendalanya berupa fungsi linear (Hiller & Lieberman, 2001). Bentuk umum dari pemrograman kuadratik adalah memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan menggunakan notasi matriks sebagai berikut (Adawiah, Kiftiah, & Pasaribu, 2023):

$$\text{Maks/Min } Z = \mathbf{C}^T \mathbf{X} + \frac{1}{2} \mathbf{X}^T \mathbf{D} \mathbf{X} \quad (1)$$

Kendala dinyatakan

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

$$\text{dengan } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix}; d_{ij} \text{ untuk } i, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

## 2.2 Metode Beale

Metode Beale adalah salah satu pendekatan dalam menyelesaikan masalah pemrograman kuadratik. Metode ini merupakan modifikasi metode simpleks yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pemrograman linear. Dalam menyelesaikan masalah pemrograman kuadratik, metode ini tidak memerlukan kondisi Kuhn-Tucker (Patel, 2014). Berikut ini merupakan algoritma penyelesaian pemrograman kuadratik dengan metode Beale untuk masalah memaksimumkan:

1. Menentukan variabel keputusan, fungsi kendala dan fungsi tujuan kuadrat  $f(x_i)$ .
2. Menentukan parameter fungsi tujuan dengan menyelesaikan sistem persamaan linear menggunakan Aturan Cramer.
3. Membentuk fungsi tujuan  $Z$  pemrograman kuadratik maksimum yaitu jumlahan dari  $f(x_i)$  (fungsi konkaf) yang terpilih.
4. Menambahkan variabel surplus atau slack pada fungsi kendala.
5. Menentukan variabel basis maupun non basis yang terlibat dalam penyelesaian pemrograman kuadratik. Kemudian, nyatakan variabel basis yang dipengaruhi oleh variabel non basis.
6. Menentukan turunan parsial dari fungsi tujuan terhadap variabel non basis,  $\frac{\partial z}{\partial x_{nb}}$ . Lalu, tentukan solusi optimal dari fungsi tujuan  $Z$  dengan melakukan evaluasi hasil turunan parsial yang memenuhi  $\frac{\partial z}{\partial x_{nb}} \leq 0$ .
7. Jika Langkah 6 belum terpenuhi, pilihlah nilai maksimum evaluasi turunan parsial sebagai variabel yang akan masuk menjadi variabel basis.
8. Selanjutnya menentukan variabel yang akan keluar dari basis (non basis) dengan menghitung minimum  $\left\{ \frac{\text{nilai konstanta yang bersesuaian dengan variabel basis}}{|\text{koefisien dari variabel masuk}|} \right\}$ . Jika nilai yang dipilih berkaitan dengan variabel masuk, tambahkan variabel  $u$  sebagai variabel non basis dengan syarat  $u_n = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial z}{\partial x_{nb}} \right)$  adalah indeks dari variabel masuk, jika tidak maka variabel yang dipilih merupakan variabel keluar.
9. Mengulangi Langkah 5-8 sampai memenuhi  $\frac{\partial z}{\partial x_{nb}} \leq 0$ .

## 2.3 Matriks Hessian

Matriks Hessian adalah matriks yang setiap elemennya dibentuk dari turunan parsial kedua pada suatu fungsi (Wulan, 2015). Misalkan  $f(x)$  merupakan suatu fungsi dengan  $n$  variabel, maka matriks Hessian dari  $f(x)$  adalah

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

dengan ketentuan sebagai berikut:

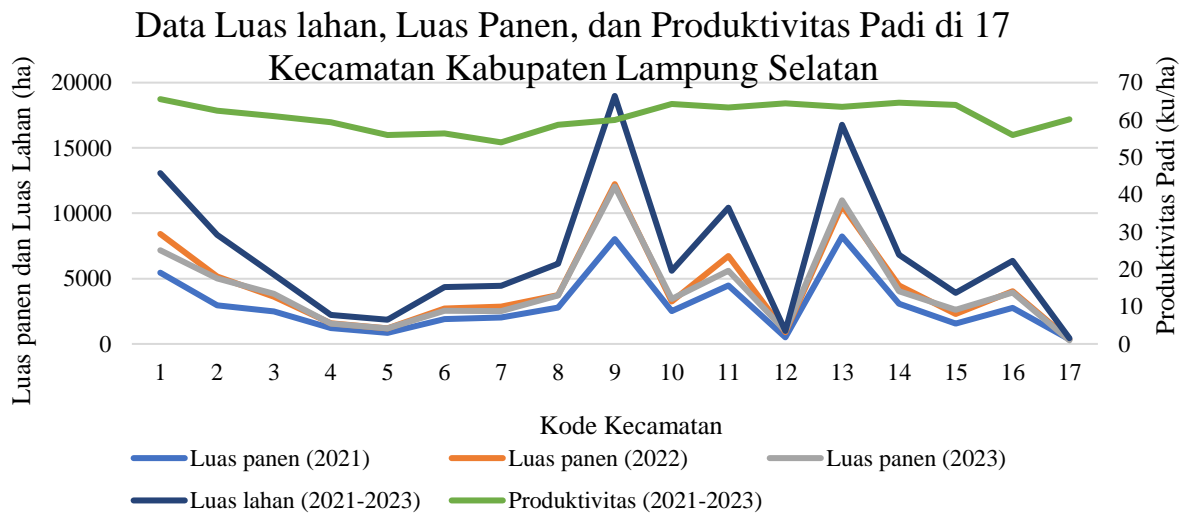
- Jika  $H(f(x)) < 0$  maka  $f(x)$  adalah fungsi konkaf.
- Jika  $H(f(x)) > 0$  maka  $f(x)$  adalah fungsi konveks.

$f(x)$  adalah fungsi konkaf terhadap maksimalisasi dan fungsi konveks pada hal minimalisasi melalui kendala linear yang menjadikan ruang solusinya konveks (Taha, 2017).

### 3 HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Pembentukan Fungsi Tujuan

Dalam studi ini dibahas mengenai pengoptimalan produktivitas padi di Kabupaten Lampung Selatan berdasarkan luas panen dan luas lahan padi tahun 2021 hingga 2023. Data yang digunakan merupakan data sekunder yang diperoleh dari BPS Lampung Selatan dalam publikasinya yang berjudul “Lampung Selatan dalam Angka 2021-2023”. Data tersebut meliputi data luas panen, luas lahan padi, dan produktivitas padi tahun 2021-2023 pada 17 kecamatan yang ada di Lampung Selatan. Gambar 1 menunjukkan grafik dari data-data tersebut.



**Gambar 1.** Grafik luas panen, luas lahan padidan produktivitas padi di 17 Kecamatan Kabupaten Lampung Selatan pada tahun 2021 hingga 2023. *Sumber:*(Badan Pusat Statistik Lampung Selatan)

Permasalahan yang dibahas pada studi ini merupakan masalah pemrograman kuadratik sehingga fungsi tujuan dinyatakan sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_{1i}x_i^2 + \beta_{2i}x_i + \beta_{3i} \text{ untuk } i = 1,2,3, \dots, 17 \quad (2)$$

Dalam mengoptimalkan fungsi tujuan produktivitas padi, variabel keputusan yang digunakan adalah luas panen padi pada 17 kecamatan di Kabupaten Lampung Selatan.

**Tabel 1.** Variabel Keputusan Luas Panen setiap Kecamatan

Variabel Keputusan	Keterangan	Satuan
$x_1$	Luas panen padi Kecamatan Natar	ha
$x_2$	Luas panen padi Kecamatan Jati Agung	ha
$x_3$	Luas panen padi Kecamatan Tanjung Bintang	ha
$x_4$	Luas panen padi Kecamatan Tanjung Sari	ha
$x_5$	Luas panen padi Kecamatan Katibung	ha
$x_6$	Luas panen padi Kecamatan Merbau Mataram	ha
$x_7$	Luas panen padi Kecamatan Way Sulan	ha
$x_8$	Luas panen padi Kecamatan Sidomulyo	ha
$x_9$	Luas panen padi Kecamatan Candipuro	ha
$x_{10}$	Luas panen padi Kecamatan Way Panji	ha
$x_{11}$	Luas panen padi Kecamatan Kalianda	ha
$x_{12}$	Luas panen padi Kecamatan Rajabasa	ha
$x_{13}$	Luas panen padi Kecamatan Palas	ha
$x_{14}$	Luas panen padi Kecamatan Sragi	ha
$x_{15}$	Luas panen padi Kecamatan Penengahan	ha
$x_{16}$	Luas panen padi Kecamatan Ketapang	ha
$x_{17}$	Luas panen padi Kecamatan Bakauheni	ha

Untuk menentukan parameter fungsi tujuan dari setiap kecamatan pada Persamaan 2 di tahun 2021 disimbolkan 1, 2022 disimbolkan 2 dan 2023 disimbolkan 3, maka dibentuk sistem persamaan linear berikut:

$$A_i \beta_i = \gamma_i \quad (3)$$

dengan,

$$A_i = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^4 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=1}^3 x_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=1}^3 x_{ij} & n \end{bmatrix}, \beta_i = \begin{bmatrix} \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \\ \beta_{3i} \end{bmatrix}, \gamma_i = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 y_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij} y_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 y_{ij} \end{bmatrix}.$$

*Keterangan:*

$x_{ij}$  : Luas panen padi dari kecamatan ke-i pada tahun ke-j

$y_{ij}$  : Produktivitas padi dari kecamatan ke- $i$  pada tahun ke- $j$

$i = 1, 2, 3, \dots, 17$

$j = 1, 2, 3.$

Fungsi tujuan untuk Kecamatan Natar ( $x_i$ ) dibentuk dengan menggunakan data luas panen padi dan produktivitas padi di tahun 2021 hingga 2023, sehingga diperoleh:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 8556134153792740 & 1128374443620 & 152146286 \\ 1128374443620 & 152146286 & 21054 \\ 152146286 & 21054 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\gamma_1 = \begin{bmatrix} 26388251844 \\ 3651605,76 \\ 173,44 \end{bmatrix}$$

Parameter  $\beta_{1i}$ ,  $\beta_{2i}$ , dan  $\beta_{3i}$  dapat diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan linear secara analitik, salah satunya menggunakan Aturan Cramer berikut:

$$\beta_{1i} = \frac{\det \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 y_{ij} & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij} y_{ij} & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=1}^3 x_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 y_{ij} & \sum_{j=3}^3 x_{ij} & n \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^4 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=1}^3 x_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=3}^3 x_{ij} & n \end{pmatrix}}$$

$$\beta_{2i} = \frac{\det \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^4 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 y_{ij} & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=3}^3 x_{ij} y_{ij} & \sum_{j=1}^3 x_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=3}^3 y_{ij} & n \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^4 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=1}^3 x_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=3}^3 x_{ij} & n \end{pmatrix}}$$

$$\beta_{3i} = \frac{\det \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^4 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 y_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=3}^3 x_{ij} y_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=3}^3 x_{ij} & \sum_{j=3}^3 y_{ij} \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^3 x_{ij}^4 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^3 & \sum_{j=3}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=1}^3 x_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 & \sum_{j=3}^3 x_{ij} & n \end{pmatrix}}$$

$\beta_{11}$ ,  $\beta_{21}$ , dan  $\beta_{31}$  untuk Kecamatan Natar adalah

$$\beta_{11} = \frac{\det(A_{11})}{\det(A)} = \frac{-211008211371252000}{39302779993530900000} = -0,00536879$$

$$\beta_{21} = \frac{\det(A_{21})}{\det(A)} = \frac{2935599533820700000000}{39302779993530900000} = 74,69191$$

$$\beta_{31} = \frac{\det(A_{31})}{\det(A)} = \frac{-9898393411753290000000000}{39302779993530900000} = -251850.$$

Kemudian, substitusi nilai  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{21}$ , dan  $\beta_{31}$  pada fungsi tujuan produktivitas padi untuk Kecamatan Natar, yaitu

$$f(x_1) = -0,00536879x_1^2 + 74,69191x_1 - 251850$$

Dengan menggunakan cara yang sama, diperoleh fungsi tujuan produktivitas padi untuk masing-masing kecamatan di Kabupaten Lampung Selatan yaitu:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= -0,00536879x_1^2 + 74,69191x_1 - 251850 \\ f(x_2) &= -0,130859386x_2^2 + 1052,663604x_2 - 1968027,476 \\ f(x_3) &= -0,0985781x_3^2 + 617,90976x_3 - 931774,55498 \\ f(x_4) &= -104,68398x_4^2 + 291685,42714x_4 - 199978210,6 \\ f(x_5) &= -1293,988877x_5^2 + 2628110,162x_5 - 1293,988877 \\ f(x_6) &= -0,26446x_6^2 + 1210,45922x_6 - 1352173,951 \\ f(x_7) &= -0,0925984x_7^2 + 453,24903x_7 - 543414,5328 \\ f(x_8) &= -12,39414x_8^2 + 80850,83058x_8 - 129078214,8 \\ f(x_9) &= -0,120704x_9^2 + 2435,06276x_9 - 11768751,42 \\ f(x_{10}) &= -0,217812x_{10}^2 + 1286,81115x_{10} - 1862929,399 \\ f(x_{11}) &= -0,00954922x_{11}^2 + 107,6835x_{11} - 295342,08 \\ f(x_{12}) &= -0,161351x_{12}^2 + 238,98743x_{12} - 80756,88777 \\ f(x_{13}) &= -0,0620127x_{13}^2 + 1183,62302x_{13} - 5546408,588 \\ f(x_{14}) &= -0,0429704x_{14}^2 + 322,40612x_{14} - 589854,12593 \\ f(x_{15}) &= -0,0395238x_{15}^2 + 164,04094x_{15} - 162067,44196 \\ f(x_{16}) &= -0,55805x_{16}^2 + 3773,71201x_{16} - 6171254,567 \\ f(x_{17}) &= -476,8618492x_{17}^2 + 295607,6747x_{17} - 45168211,37 \end{aligned}$$

Selanjutnya, menentukan matriks Hessian untuk setiap fungsi tujuan produktivitas padi pada masing-masing kecamatan, dengan syarat:

$$H(f(x_i)) < 0, \text{ maka } f(x_i) \text{ adalah fungsi konkaf}$$

$$H(f(x_i)) > 0, \text{ maka } f(x_i) \text{ adalah fungsi konveks.}$$

Studi ini bertujuan untuk memperoleh produktivitas padi yang maksimum di Kabupaten Lampung Selatan sehingga dipilih  $f(x_i)$  yang merupakan fungsi konkaf. Jika fungsi tujuan suatu kecamatan menunjukkan fungsi konveks maka dieliminasi dari permasalahan.

$$f(x_1) = -0,00536879x_1^2 + 74,69191x_1 - 251849,70156$$

sehingga

$$H(f(x_1)) = \left[ \frac{\partial^2 f(x_1)}{\partial x_1^2} \right] = -0,010737572.$$

$H(f(x_1)) < 0$  yang berarti  $f(x_1)$  merupakan fungsi konkaf. Dengan menggunakan cara yang sama diperoleh  $f(x_1)$  sampai dengan  $f(x_{17})$  merupakan fungsi konkaf. Selanjutnya, diperoleh fungsi tujuan pemrograman kuadratlik maksimisasi dari  $f(x_i)$  yang terpilih yaitu:

$$\text{Maks } Z = \sum_{i=1}^{17} f(x_i) \quad (4)$$

dengan kendala luas panen padi kecamatan ke- $i$ ,  $(x_i)$ ,  $\leq$  luas lahan padi kecamatan ke- $i$ .

Secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Maks } Z = & (-0,00536879x_1^2 + 74,69191x_1 - 251850) \\ & + (-0,130859386x_2^2 + 1052,663604x_2 - 1968027,476) \\ & + (-0,0985781x_3^2 + 617,90976x_3 - 931774,5548) \\ & + (-104,68398x_4^2 + 291685,4269x_4 - 199978210,6) \\ & + (-1293,988877x_5^2 + 2628110,162x_5 - 1293,988877) \\ & + (-0,264459755x_6^2 + 1210,459221x_6 - 1352173,951) \\ & + (-0,0925984x_7^2 + 453,2490281x_7 - 543414,5327) \\ & + (-12,39413506x_8^2 + 80850,83057x_8 - 129078214,8) \\ & + (-0,120703572x_9^2 + 2435,062765x_9 - 11768751,42) \\ & + (-0,217812383x_{10}^2 + 1286,811154x_{10} - 1862929,399) \\ & + (-0,00954922x_{11}^2 + 107,6834964x_{11} - 295342,08) \\ & + (-0,161350948x_{12}^2 + 238,987427x_{12} - 80756,88775) \\ & + (-0,062012712x_{13}^2 + 1183,623018x_{13} - 5546408,588) \\ & + (-0,042970373x_{14}^2 + 322,4061246x_{14} - 589854,1259) \\ & + (-0,039523803x_{15}^2 + 164,0409407x_{15} - 162067,4629) \\ & + (-0,558050329x_{16}^2 + 3773,712009x_{16} - 6171254,567) \\ & + (-476,8618492x_{17}^2 + 295607,6747x_{17} - 45168211,37) \end{aligned}$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 13080 & x_{10} &\leq 5592 \\ x_2 &\leq 8346 & x_{11} &\leq 10434 \\ x_3 &\leq 5313 & x_{12} &\leq 1005 \\ x_4 &\leq 2232 & x_{13} &\leq 16767 \\ x_5 &\leq 1854 & x_{14} &\leq 6822 \\ x_6 &\leq 4344 & x_{15} &\leq 3900 \\ x_7 &\leq 4452 & x_{16} &\leq 6372 \\ x_8 &\leq 6132 & x_{17} &\leq 438 \\ x_9 &\leq 18981 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17} \geq 0$$



### 3.2 Penyelesaian Masalah Pemograman Kuadratik menggunakan Metode Beale

Dalam menentukan solusi optimal dari masalah pemograman kuadratik yang telah dibentuk pada Subbab 3.1, maka digunakan metode Beale dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menambahkan variabel surplus atau slack untuk mengubah kendala menjadi bentuk standar.

$$\begin{array}{ll}
 x_1 + s_1 = 13080 & x_{10} + s_{10} = 10035 \\
 x_2 + s_2 = 8346 & x_{11} + s_{11} = 10434 \\
 x_3 + s_3 = 5313 & x_{12} + s_{12} = 1005 \\
 x_4 + s_4 = 2232 & x_{13} + s_{13} = 16767 \\
 x_5 + s_5 = 1854 & x_{14} + s_{14} = 6822 \\
 x_6 + s_6 = 4344 & x_{15} + s_{15} = 3900 \\
 x_7 + s_7 = 4452 & x_{16} + s_{16} = 6372 \\
 x_8 + s_8 = 6132 & x_{17} + s_{17} = 438 \\
 x_9 + s_9 = 18981 & \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17} \geq 0 & \\
 s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}, s_{15}, s_{16}, s_{17} \geq 0 &
 \end{array}$$

2. Pilih  $m$  variabel sebagai variabel basis dari  $n$  variabel, sisanya adalah variabel non basis.

$$\begin{aligned}
 x_b &= \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}, s_{15}, s_{16}, s_{17}\} \\
 x_{nb} &= \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}\}
 \end{aligned}$$

3. Menyatakan variabel basis yang dipengaruhi oleh variabel non basis.

$$\begin{array}{ll}
 s_1 = 13080 - x_1 & s_{10} = 5592 - x_{10} \\
 s_2 = 8346 - x_2 & s_{11} = 10434 - x_{11} \\
 s_3 = 5313 - x_3 & s_{12} = 1005 - x_{12} \\
 s_4 = 2232 - x_4 & s_{13} = 16767 - x_{13} \\
 s_5 = 1854 - x_5 & s_{14} = 6822 - x_{14} \\
 s_6 = 4344 - x_6 & s_{15} = 3900 - x_{15} \\
 s_7 = 4452 - x_7 & s_{16} = 6372 - x_{16} \\
 s_8 = 6132 - x_8 & s_{17} = 438 - x_{17} \\
 s_9 = 18981 - x_9 &
 \end{array}$$

4. Menentukan turunan parsial dari fungsi tujuan  $Z$ , lihat Persamaan 4, terhadap variabel non basis.

$$\begin{array}{ll}
 \frac{\partial z}{\partial x_1} = -0,010737x_1 + 74,69191 & \frac{\partial z}{\partial x_{10}} = -0,43562x_{10} + 1286,8111 \\
 \frac{\partial z}{\partial x_2} = -0,0067776x_2 + 27,39666 & \frac{\partial z}{\partial x_{11}} = -0,0190984x_{11} + 107,6835 \\
 \frac{\partial z}{\partial x_3} = -0,191562x_3 + 617,90976 & \frac{\partial z}{\partial x_{12}} = -0,322702x_{12} + 238,98743
 \end{array}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_4} = -209,3679x_4 + 291685,427$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_5} = -2587,9777x_5 + 2628111$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_6} = -0,52892x_6 + 1210,45922$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_7} = -0,185196x_7 + 453,24903$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_8} = -24,78828x_8 + 80850,3058$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_9} = -0,2414x_9 + 2435,0627$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{13}} = -0,124025x_{13} + 1183,6230$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{14}} = -0,0859408x_{14} + 322,4061$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{15}} = -0,079047x_{15} + 164,04094$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{16}} = -1,1161x_{16} + 3773,71201$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{17}} = -953,723x_{17} + 295607,7$$

Kemudian evaluasi hasil turunan parsial dengan  $x_{nb} = 0$ , diperoleh

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = 74,69191 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_2} = 1052,663604 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_3} = 617,90976 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_4} = 291685,42714 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_5} = 262811,162 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_6} = 1210,45922 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_8} = 453,2490281 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_9} = 80850,83058 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_9} = 2435,06276 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{10}} = 1286,81115 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{11}} = 107,6835 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{12}} = 238,98743 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{13}} = 1183,62302 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{14}} = 322,40612 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{15}} = 164,04094 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{16}} = 3773,71201 > 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_{17}} = 295607,6747 > 0$$

karena evaluasi hasil turunan parsial  $\frac{\partial z}{\partial x_{nb}} \leq 0$ , maka solusi belum optimal.

5. Melakukan proses iterasi sampai diperoleh solusi optimal

#### Iterasi 1

$\frac{\partial z}{\partial x_{17}} = 295607,6747$  adalah nilai evaluasi turunan parsial terbesar, maka  $x_{17}$  adalah variabel masuk. Selanjutnya, menentukan variabel keluar dengan ketentuan,

$$\min \left\{ \frac{\text{nilai konstanta yang bersesuaian dengan variabel basis}}{|\text{koefisien dari variabel masuk}|} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{13080}{|0|}, \frac{8346}{|0|}, \frac{5313}{|0|}, \frac{2232}{|0|}, \frac{1854}{|0|}, \frac{4344}{|0|}, \frac{4452}{|0|}, \frac{6132}{|0|}, \frac{18981}{|0|}, \frac{5592}{|0|}, \frac{10434}{|0|}, \right.$$

$$\left. \frac{1005}{|0|}, \frac{16767}{|0|}, \frac{6822}{|0|}, \frac{3900}{|0|}, \frac{6372}{|0|}, \frac{438}{|1|}, \frac{295607,6747}{|-953,7236|} \right\} = 309,9510$$

berkorespondensi dengan turunan parsial terhadap variabel masuk. Lalu ditambahkan variabel non basis  $u$  dengan syarat

$$u_n = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial z}{\partial x_n} \right)$$

diperoleh

$$u_{17} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial z}{\partial x_{17}} \right)$$

$$u_{17} = -476,8618x_{17} + 147803,8374$$

maka variabel basis dan variabel non basis dari iterasi 1 menjadi

$$x_b = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}, s_{15}, s_{16}, s_{17}, x_{17}\}$$

$$x_{nb} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, u_{17}\}$$

Selanjutnya, kembali ke langkah 3 maka,

$$u_{17} = -476,8618x_{17} + 147803,8374$$

$$u_{17} + 476,8618x_{17} = 147803,8374$$

sehingga diperoleh  $x_{17} = 309,9510 - 0,002097043u_{17}$ . Dengan demikian  $s_{17}$  pada kumpulan variabel basis menjadi  $s_{17} = 438 - (309,9510 - 0,002097043u_{17})$ . Perbarui fungsi tujuan dengan substitusi  $x_{17} = 309,9510 - 0,002097043u_{17}$  pada fungsi tujuan Z.

Kemudian, lanjutkan ke Langkah 4 sampai diperoleh solusi optimal yang mana semua hasil evaluasi pada turunan parsial terhadap variabel non basis memenuhi  $\frac{\partial z}{\partial x_{nb}} \leq 0$ . Pada studi ini dilakukan 17 iterasi hingga diperoleh solusi optimal untuk fungsi tujuan Z sebagai berikut:

$x_1 = 6956,1214$	$x_{10} = 2953,9491$
$x_2 = 4022,1173$	$x_{11} = 5638,3396$
$x_3 = 3134,1127$	$x_{12} = 740,5826$
$x_4 = 1393,1712$	$x_{13} = 9543,3901$
$x_5 = 1015,5072$	$x_{14} = 3751,4932$
$x_6 = 2288,5508$	$x_{15} = 2075,2170$
$x_7 = 2447,3912$	$x_{16} = 3381,1594$
$x_8 = 3261,6555$	$x_{17} = 309,9510$
$x_9 = 10086,9540$	

Terakhir, substitusikan nilai-nilai tersebut pada fungsi tujuan awal sehingga didapatkan nilai produktivitas padi maksimum di Kabupaten Lampung Selatan pada tahun 2021 hingga 2023 menggunakan metode Beale yaitu

$$Z = 1.342.192.815,8542$$

dengan demikian, dari studi ini diperoleh luas panen padi untuk 17 kecamatan di Kabupaten Lampung Selatan yang dapat memaksimumkan produktivitas padi sebesar 1.342.192.815,8542 ku/ha.

#### 4 KESIMPULAN

Pemrograman kuadratik dengan menggunakan metode Beale dapat diterapkan secara efektif dalam menyelesaikan permasalahan penentuan luas panen padi yang optimal untuk memaksimalkan produktivitas padi di Kabupaten Lampung Selatan pada tahun 2021 hingga 2023. Dengan memperhatikan nilai luas panen padi untuk setiap kecamatan diperoleh produktivitas padi maksimum sebesar 1.342.192.815,8542 ku/ha.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Dengan segala kerendahan hati, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung studi ini, terutama kepada Badan Pusat Statistik Kabupaten Lampung Selatan atas kesempatan magang, informasi dan data penelitian yang berharga.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Adawiah, R. R., Kiftiah, M., & Pasaribu, M. (2023). Penentuan Solusi Optimal Pemrograman Kuadratik Menggunakan Metode Beale (Studi Kasus: Produksi Padi Kalimantan Barat). *Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, 10.
- Bakhri, F. R. (2016). Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Produktivitas Usaha Tani Antara Kecamatan Peterongan dan Kecamatan Megaluh Kabupaten Jombang. *Jurnal Pendidikan Geografi*, 7.
- Basriati, S., Safitri, E., & Ulfa, N. (2020). Optimasi Rata-rata Produksi Kelapa di Kabupaten Indragiri Hilir Menggunakan Metode Wolfe. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 8.
- Cassman, K. G., Dobermann, A., & Walters, D. T. (2002). Agroecosystems, Nitrogen-Use Efficiency, and Nitrogen Management. *Royal swedish academy of sciences*, 9.
- Edriani, T. S. (2021). The Geometric Brownian Motion of Indosat Telecommunications Daily Stock Price During the Covid-19 Pandemic in Indonesia. *Journal of Physics: Conference Series*, 9.
- Edriani, T. S., Rahmadani, A., & Noor, D. M. (2021). Analisis Hubungan Kepadatan Penduduk dengan Pola Penyebaran COVID-19 Provinsi DKI Jakarta menggunakan Regresi Robust. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 10.
- Erlina, Syaripuddin, & Amijaya, F. T. (2022). Penyelesaian Masalah Pemrograman Kuadratik Menggunakan Metode Beale (Studi Kasus: Data Produksi Padi Kota Balikpapan). *Jurnal EKSPONENSIAL*, 8.
- Fitri, S., & Helma. (2023). Optimasi Rata-rata Produksi Jagung di Kabupaten Lima Puluh Kota Menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe. *Journa Of Mathematics UNP*, 11.
- Hiller, F. S., & Lieberman, G. J. (2001). *Introductin to Operation Research 7th*. McGraw-Hill, Inc.
- Indah, L. s., Abbas, W. z., & Prasmatiw, F. e. (2015). Analisis Efisiensi Produksi Dan Pendapatan Usahatani Padi Sawah Pada Lahan Irigasi Teknis Dan Lahan Tadah Hujan Di Kabupaten Lampung Selatan. *JIIA*, 7.
- Lampung Selatan, B. K. (2024, April 01). *Pada 2023, Luas Panen Padi di Provinsi Lampung Mencapai Sekitar 530,11 Ribu Hektare dengan Produksi Padi Sebesar 2,76 Juta Ton Gabah Kering Giling (GKG)*. Retrieved from lampungselatankab.bps: <https://lampungselatankab.bps.go.id/id/pressrelease/2024/04/01/1161/pada-2023--luas-panen-padi-di-provinsi-lampung-mencapai-sekitar-530-11-ribu-hektare-dengan-produksi-padi-sebesar-2-76-juta-ton-gabah-kering-giling--gkg-.html>
- Lampung Tengah, B. K. (2023, Oktober 12). *5 Kabupaten dengan Produksi Beras Tertinggi di Lampung #BukaDataYuk!* Retrieved from lampungtengahkab.bps: <https://lampungtengahkab.bps.go.id/id/news/2023/10/12/119/5-kabupaten-dengan-produksi-beras-tertinggi-di-lampung--bukadatayuk-.html>
- Masganti, A. S. (2020). Optimasi Pemanfaatan Lahan untuk Peningkatan Produksi Padi di

- Kalimantan Selatan. *Jurnal Sumberdaya Lahan Vol.14 No. 2, Desember* , 14.
- Megawati, D. A. (2021). OPTIMALISASI PRODUKSI PADI DI KAWASAN KARST (STUDI KASUS : KECAMATAN PONJONG KABUPATEN GUNUNGKIDUL). *AGRISTA*, 11.
- Pada 2023, Luas Panen Padi di Provinsi Lampung Mencapai Sekitar 530,11 Ribu Hektare dengan Produksi Padi Sebesar 2,76 Juta Ton Gabah Kering Giling (GKG). (2024, April 01). Retrieved from lampungselatankab.bps: <https://lampungselatankab.bps.go.id/id/pressrelease/2024/04/01/1161/pada-2023--luas-panen-padi-di-provinsi-lampung-mencapai-sekitar-530-11-ribu-hektare-dengan-produksi-padi-sebesar-2-76-juta-ton-gabah-kering-giling--gkg-.html>
- Patel, S. (2014). Some Aspects of Non-Linear Optimization (Thesis). *Rourkela: Department of Mathematics Nit Rourkela*. .
- Rattu, P. N., Pioh, N. R., & Sampe, S. (2022). Optimasi kinerja bidang sosial budaya dan pemerintahan dalam perencanaan pembangunan. *Jurnal Governance*, 9.
- Sitanggang, R. P., & Sinaga, L. P. (2023). Analisis Optimisasi Program Kuadratik dengan Fungsi Penalty. *Jurnal Riset Rumpun Ilmu Pendidikan (JURRIPEN)*, 11.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research: An Introduction (Tenth Edition)*. Pearson Education.
- Thomasi, M. F., Edriani, T. S., & Noor, D. M. (2024). PEMODELAN DERET WAKTU MUSIMAN DENGAN FAKTOR INTERVENSI PADA JUMLAH PENUMPANG PESAWAT DALAM PENERBANGAN DOMESTIK DI BANDARA SOEKARNO-HATTA. *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Teknologi Seri 02, 01*, 12.
- Wulan, E. R. (2015). Aplikasi Matriks Hessian Pada Model EPQ. *ISSN:2338-0896*, 9.