

## OPTIMISASI PORTOFOLIO SAHAM PADA INDEKS ESG MENGGUNAKAN MODEL *MEAN-VARIANCE*

Yolanda Sari S., Werry Febrianti\*

Program Studi Matematika, Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

\*Penulis korespondensi: [werry.febrianti@ma.itera.ac.id](mailto:werry.febrianti@ma.itera.ac.id)

### ABSTRAK

Investasi keberlanjutan dalam aspek ESG (*Environmental, Social, Governance*) telah menjadi perhatian bagi investor yang tidak hanya mencari keuntungan finansial tetapi juga ingin berkontribusi pada ekonomi keberlanjutan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk melakukan optimasi portofolio pada saham-saham yang memiliki indeks ESG tertinggi menurut laporan Katadata ESG *index* 2024 menggunakan model *Mean-Variance*. Penelitian ini menggunakan metode pengali *Lagrange* untuk memperoleh alokasi dana optimal dengan meminimalkan risiko dan memaksimalkan *return* (imbah hasil) yang diharapkan. Data yang digunakan merupakan harga penutupan saham selama lima tahun terakhir (2020-2025). Hasil penelitian menunjukkan bahwa model *Mean-Variance* dengan metode pengali *Lagrange* efektif dalam mengidentifikasi portofolio optimal dengan meminimalkan risiko investasi dan memaksimalkan *return*. Pada hasil optimisasi portofolio dengan metode pengali *Lagrange*, untuk target *return* 0,0000242884 diperoleh minimum risiko sebesar 0,0000659859 dan proporsi terbesar dalam portofolio dimiliki oleh perusahaan PT Nippon Indosari Corpindo Tbk (ROTI) sebesar 0,27805778.

**Kata kunci:** investasi keberlanjutan (ESG *index*), optimasi portofolio, *mean-variance*, pengali *lagrange*

### 1 PENDAHULUAN

Perusahaan yang memiliki tanggung jawab tinggi terhadap aktivitas usahanya akan menarik investor untuk melakukan penanaman modal atau dengan kata lain, semakin tinggi rasa peduli suatu perusahaan terhadap faktor *Environmental, Social, Governance* (ESG) dalam operasionalnya maka perusahaan tersebut akan semakin menarik investor untuk berinvestasi pada perusahaan tersebut. Sebaliknya, jika perusahaan tersebut memiliki tingkat peduli yang rendah terhadap *Environmental, Social, Governance* (ESG) dalam operasionalnya maka investor akan semakin tidak tertarik pula pada perusahaan tersebut (Triyani *et al.*, 2020a). Seiring dengan meningkatnya kesadaran masyarakat terkait perubahan iklim dan dampak industri terhadap lingkungan serta tanggung jawab sosial, dan praktik tata kelola yang baik, berbagai perusahaan mulai menerapkan prinsip keberlanjutan dalam operasional mereka dalam berinvestasi.

Para investor dapat memaksimalkan keuntungan dalam hal ini berupa pengembalian (*return*) sambil tetap berkontribusi pada upaya yang lebih ramah lingkungan dan berkelanjutan dengan memahami bagaimana perusahaan-perusahaan ini bertransisi ke ekonomi hijau (Budiarti & Sudrajad, 2024). Dalam konteks pengelolaan portofolio investasi berkelanjutan, pendekatan kuantitatif seperti *Mean-Variance Optimization* (MVO) yang dikembangkan oleh Harry Markowitz dapat digunakan. Metode ini membantu investor menentukan **proporsi investasi optimal** dengan mempertimbangkan hubungan antara risiko dan *return*. Tujuan dari metode ini adalah untuk meminimalkan risiko sambil mencapai tingkat *return* yang diinginkan (Luo, 2024).

Namun, dalam praktiknya, MVO memiliki keterbatasan dalam menangani kendala investasi yang lebih kompleks, seperti batasan anggaran (*budget*), target *return*, dan aturan minimum investasi (*buy-in threshold*). Oleh karena itu, untuk meningkatkan efisiensi optimasi investasi, metode **algoritma evolusi diferensial (*Differential Evolution Algorithm*)** semakin banyak digunakan dalam penelitian keuangan dan terbukti lebih baik dibandingkan dengan algoritma dan metode lainnya (Fahmiari & Santosa, 2010). Metode ini mampu menangani kendala kompleks tersebut, sehingga memungkinkan investor untuk membangun portofolio saham yang lebih optimal dan sesuai dengan preferensi risiko mereka.

Untuk mencapai pengembalian tertentu dengan risiko kecil dalam berinvestasi, seorang investor memerlukan suatu strategi. Strategi yang dapat diterapkan seorang investor adalah strategi portofolio. Portofolio merupakan kumpulan dari beberapa aset pada waktu tertentu. Strategi portofolio yang dapat dilakukan yaitu dengan membentuk portofolio efisien (Febryanti *et al.*, 2024). Strategi ***efficient frontier*** penting untuk memahami **kombinasi aset terbaik** yang dapat memberikan pengembalian maksimal dengan tingkat risiko tertentu. Portofolio pada *efficient frontier* terdiri dari aset-aset yang memiliki rasio pengembalian terhadap risiko paling optimal. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengeksplorasi bagaimana metode MVO dan **algoritma evolusi diferensial** dapat membantu menentukan **portofolio optimal, serta menilai kondisi antara ekspektasi *return* dan risiko dengan membentuk portofolio pada kurva *efficient frontier*.**

## 2 METODE

### 2.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang dilakukan adalah penelitian yang bersifat kuantitatif, dengan cara mengoptimalkan portofolio investasi dengan menggunakan model *Mean-Variance Optimization* (MVO) untuk menjadi pertimbangan dalam pemilihan perusahaan dalam melakukan investasi.

### 2.2 Landasan Teori

#### 2.2.1 Saham

Saham adalah surat berharga yang mewakili kepemilikan dalam suatu perusahaan dan memberikan hak kepada pemegangnya untuk mendapatkan bagian dari keuntungan perusahaan atau dividen, serta hak suara dalam rapat pemegang saham (Burhan & Mulatsih, 2023). Penelitian ini menggunakan data lima belas saham yang bersumber dari [www.investing.com](http://www.investing.com) dengan skor indeks ESG tertinggi dalam delapan sektor industri menurut laporan dari Katadata ESG indeks per Juni pada tahun 2024. Sektor-sektor industri tersebut termasuk Keuangan/Perbankan, Pertambangan, Perkebunan, Makanan dan Minuman, Transportasi dan Logistik, Bahan Kimia, Energi, serta Perhotelan. Perhitungan skor akhir KESGI (Katadata ESG Indeks) untuk sektor Pertambangan, Perkebunan, Makanan dan Minuman, Transportasi dan Logistik, Bahan Kimia, Energi, serta Perhotelan adalah sebagai berikut.

$$KESGI = 50\% \text{ Lingkungan} + 30\% \text{ Sosial} + 20\% \text{ Tata Kelola} \quad (1)$$

Perhitungan skor akhir KESGI untuk sektor Keuangan/Perbankan adalah sebagai berikut.

$$KESGI = 20\% \text{ Lingkungan} + 30\% \text{ Ekonomi Hijau} + 30\% \text{ Sosial} + 20\% \text{ Tata Kelola} \quad (2)$$

#### 2.2.2 Mean-Variance Optimization (MVO)

Sejak diperkenalkan oleh Harry Markowitz melalui *Modern Portfolio Theory* (MPT) pada tahun 1952, teori investasi telah berkembang untuk meningkatkan efisiensi pasar modal, mengoptimalkan portofolio aset, serta mengelola dan mengukur risiko secara lebih efektif.

Untuk menentukan portofolio yang optimal, Markowitz mengidentifikasi pengembalian sebagai ekspektasi *return* dan risiko menggunakan variansi masing-masing asset (Febrianti *et al.*, 2022), dimana variansi dan kovariansi tersebut diminimalkan untuk tingkat ekspektasi tertentu. Formula matematis MVO dapat dilihat sebagai berikut.

$$V = y^T Q y \quad (3)$$

Keterangan:

$V$  : risiko portofolio

$y$  : proporsi portofolio

$Q$  : matriks variansi kovariansi

dengan memperhatikan syarat sebagai berikut.

a)  $\sum_{i=1}^n y_i = 1$

b)  $\bar{r}^T y = Rp$

Penelitian ini menggunakan MS. Excel untuk membantu dalam proses pengolahan dan pembentukan portofolio optimal dengan menggunakan *Lagrange Multiplier*. *Lagrange Multiplier* merupakan salah satu metode optimasi secara matematis yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi dengan memperhatikan kendala (Abdallah *et al.*, 2025). Bentuk umum dari persamaan *lagrange multiplier* adalah sebagai berikut.

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^n \lambda_k g_k(x) \quad (4)$$

Keterangan:

$L(x, \lambda)$  : fungsi *lagrange*

$f(x)$  : fungsi tujuan

$\lambda$  : pengali *lagrange*

$g(x)$  : fungsi kendala

Dalam penelitian ini, *lagrange multiplier* menangani dua kendala yaitu kendala *budget* dan kendala target *return*. Langkah-langkah yang dilakukan untuk membentuk portofolio optimal menggunakan *lagrange multiplier* adalah sebagai berikut.

1) Mengambil harga penutupan (*close price*) 15 perusahaan

Berdasarkan Laporan Katadata ESG Indeks, 15 perusahaan dengan skor ESG tertinggi diambil harga penutupan hariannya. Data harga penutupan ini diambil dari [www.investing.com](http://www.investing.com) dalam rentang 5 tahun.

2) Melakukan perhitungan nilai *return* dari setiap saham

Setelah memperoleh harga penutupan dari 15 saham, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai pengembalian / *return* dari tiap saham dengan rumus matematis sebagai berikut.

$$r_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (5)$$

Keterangan:

$r_t$  : *return* saham pada waktu ke-t

$S_t$  : harga saham pada waktu ke-t

$S_{t-1}$  : harga saham pada waktu sebelumnya

## 3) Melakukan perhitungan nilai rata-rata

Dari hasil *return* tiap saham dapat diperoleh rata-rata *return* tiap saham dengan menggunakan rumus matematis sebagai berikut.

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (6)$$

Keterangan:

$\bar{r}$  : rata-rata *return* saham

$x_i$  : jumlah *return* saham pada waktu ke- $i$

$n$  : jumlah data

## 4) Melakukan perhitungan nilai variansi dan kovariansi

Pada penelitian ini, variansi dan kovariansi digunakan untuk mengukur risiko dari *return* dalam investasi (Gubu & Rashif, 2024). Variansi mengukur seberapa jauh nilai ekspektasi *return* dengan *return* aktual. Rumus matematis yang digunakan untuk menghitung besar variansi adalah sebagai berikut.

$$\alpha^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n} \quad (7)$$

Keterangan:

$\alpha^2$  : variansi *return* saham

$\bar{r}$  : rata-rata *return* saham

$n$  : jumlah periode saham

Kovariansi adalah ukuran statistik yang mengukur sejauh mana pergerakan antara aset satu dengan aset lainnya (Gubu & Rashif, 2024). Kovariansi menunjukkan hubungan antara dua *return* aset bergerak bersama, dimana jika bergerak ke arah yang sama berarti nilai kovarian positif sedangkan jika bergerak ke arah berlawanan menunjukkan nilai kovarian negatif (Setyowati, Hoyyi, & Maruddani, 2019). Formula untuk memperoleh kovariansi adalah sebagai berikut.

$$\alpha_{j,k} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{i,j} - \bar{r}_j)(r_{i,k} - \bar{r}_k)}{n} \quad (8)$$

Keterangan:

$\alpha_{j,k}$  : kovariansi *return* antara dua aset  $j$  dan  $k$

$r_{i,j}$  : nilai *return* dari aset  $j$  pada periode ke- $i$

$\bar{r}_j$  : rata-rata *return* aset  $j$

## 5) Membentuk matriks variansi-kovariansi

Langkah selanjutnya adalah membentuk matriks variansi-kovariansi dari hasil perhitungan variansi dan kovariansi sebelumnya. Matriks berukuran  $15 \times 15$  dengan diagonal utama berisi variansi dan entri-entri lainnya berisi kovariansi. Setelah membentuk matriks variansi-kovariansi, selanjutnya melakukan invers dari matriks tersebut untuk digunakan pada perhitungan proporsi investasi pada *lagrange multiplier*.

## 6) Melakukan perhitungan proporsi investasi

Setelah invers matriks variansi-kovariansi, langkah selanjutnya adalah mencari proporsi investasi dengan ketentuan kendala *budget* dan target *return* menggunakan *lagrange multiplier* dengan rumus matematis sebagai berikut.

$$y = \alpha Q^{-1}\bar{r} + \beta Q^{-1}e \quad (9)$$

Keterangan:

$Q^{-1}$  : invers Matriks Variansi-kovariansi

$e$  : matriks satuan dengan ukuran  $15 \times 1$

## 7) Menghitung nilai alpha dan beta

Untuk mencari proporsi investasi dengan menggunakan *lagrange multiplier* dibutuhkan nilai alpha dan beta. Persamaan yang digunakan untuk mencari alpha dan beta adalah sebagai berikut.

$$\alpha = \frac{\det \begin{pmatrix} Rp & \bar{r}^T Q^{-1}e \\ 1 & e^T Q^{-1}e \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1}\bar{r} & \bar{r}^T Q^{-1}e \\ e^T Q^{-1}\bar{r} & e^T Q^{-1}e \end{pmatrix}} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1}\bar{r} & Rp \\ e^T Q^{-1}\bar{r} & 1 \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1}\bar{r} & \bar{r}^T Q^{-1}e \\ e^T Q^{-1}\bar{r} & e^T Q^{-1}e \end{pmatrix}} \quad (11)$$

## 8) Melakukan evaluasi fungsi tujuan untuk meminimumkan risiko investasi

Langkah terakhir adalah melakukan evaluasi terhadap fungsi tujuan, yaitu dengan tujuan untuk meminimumkan risiko. Fungsi tujuannya adalah sebagai berikut.

$$V = y^T Q y \quad (12)$$

Keterangan:

$V$  : risiko portofolio

$y$  : proporsi portofolio

$Q$  : matriks variansi kovariansi

dengan memperhatikan syarat sebagai berikut.

a)  $\sum_{i=1}^n y_i = 1$  : total proporsi = 1

b)  $\bar{r}^T y = Rp$  : ekspektasi *return* = target *return*.

### 3 HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Data yang digunakan

Pada bab hasil dan pembahasan akan dibahas mengenai beberapa data yang digunakan dalam perhitungan ekspektasi *return* dan risiko. Pada bab ini juga akan dilakukan perhitungan matriks variansi-kovariansi dari saham yang terpilih, serta pembentukan efisiensi portofolio saham. Berikut merupakan daftar 15 saham perusahaan pada periode 31 Januari 2020 – 31 Januari 2025.

**Tabel 1. 15 Perusahaan dengan Skor ESG tertinggi menurut Katadata ESG Indeks**

| Perusahaan                             | Kode | Sektor                    |
|----------------------------------------|------|---------------------------|
| PT Nippon Indosari Corpindo Tbk        | ROTI | Makanan dan Minuman       |
| PT Indofood Sukses Makmur Tbk          | INDF | Makanan dan Minuman       |
| PT Sawit Sumbermas Sarana Tbk          | SSMS | Perkebunan                |
| PT Unilever Indonesia Tbk              | UNVR | Makanan dan Minuman       |
| PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk      | ICBP | Makanan dan Minuman       |
| PT Bank Rakyat Indonesia               | BBRI | Perbankan                 |
| PT Dharma Satya Nusantara Tbk          | DSNG | Perkebunan                |
| PT Bakrie Sumatera Plantations Tbk     | UNSP | Perkebunan                |
| PT Mitrabara Adiperdana Tbk            | MBAP | Pertambangan              |
| PT Bank Central Asia Tbk               | BBCA | Perbankan                 |
| PT Bank Mandiri (Persero) Tbk          | BMRI | Perbankan                 |
| PT Timah Tbk                           | TINS | Pertambangan              |
| PT Cikarang Listrindo Tbk              | POWR | Energi                    |
| PT Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk | BBNI | Perbankan                 |
| PT Wintermar Offshore Marine Tbk       | WINS | Transportasi dan logistik |

Perusahaan-perusahaan ini terpilih berdasarkan skor ESG tertinggi berdasarkan Katadata ESG Indeks Juni 2024.

### 3.2 Perhitungan *Return* saham

*Return* saham diperoleh dari data historis harga penutupan yang dimiliki setiap perusahaan. Perhitungan *return* saham dilakukan dengan menggunakan periode data dari 31 Januari 2020 – 31 Januari 2025. Diperoleh data harga saham ROTI pada 31 Januari 2025 sebesar Rp. 950 dan pada 30 Januari 2025 sebesar Rp. 955, sehingga dapat dilakukan pembentukan persamaan *return* (2.5) saham ROTI pada 31 Januari 2025 sebagai berikut:

$$R_{\text{ROTI},31 \text{ Februari } 2024} = \ln \frac{(\text{Harga}_{\text{ROTI},30 \text{ Januari } 2025})}{(\text{Harga}_{\text{ROTI},31 \text{ Januari } 2025})}$$

Selanjutnya dilakukan substitusi harga saham yang telah diperoleh tersebut ke dalam persamaan di atas, sebagai berikut:

$$R_{\text{ROTI},23 \text{ Februari } 2024} = \ln \frac{(950)}{(955)} = -0,00524936$$

dengan cara yang sama seperti persamaan dapat dilakukan perhitungan *return* untuk saham lainnya. Sehingga diperoleh *return* untuk seluruh saham sebagai berikut.

**Tabel 2. *Return* harian 15 Saham**

| Periode /<br>Kode Saham | ROTI       | INDF      | SSMS      | UNVR      | ICBP      |
|-------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 31/01/2025              | -0,0052494 | 0,0290812 | 0,1833073 | -0,012195 | -0,006501 |
| 30/01/2025              | 0          | 0,0098848 | 0,1882563 | -0,023953 | 0,0130437 |
| 24/01/2025              | 0          | 0,0066445 | 0,1014001 | -0,029157 | 0,0132161 |
| 23/01/2025              | -0,0052219 | -0,016529 | 0,0119286 | 0,0262024 | -0,00883  |

| Periode /<br>Kode Saham | ROTI | INDF      | SSMS      | UNVR      | ICBP      |
|-------------------------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 22/01/2025              | 0    | 0,0232183 | 0         | -0,020439 | 0,0335227 |
| ⋮                       | ⋮    | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 06/02/2020              | 0    | 0,0192932 | 0         | -0,006309 | 0         |
| 05/02/2020              | 0    | -0,006473 | 0,0125788 | -0,018692 | 0         |
| 04/02/2020              | 0    | 0         | 0,0586487 | 0,0281709 | -0,008658 |
| 03/02/2020              | 0    | 0,0097245 | -0,026492 | 0,0031797 | 0,0173917 |
| 31/01/2020              | 0    | -0,019355 | -0,044736 | -0,012658 | 0,0021954 |

| Periode /<br>Kode Saham | BBRI      | DSNG      | UNSP      | MBAP      | BBCA      |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 31/01/2025              | 0,023982  | -0,005115 | -0,008889 | -0,0415   | 0,0322609 |
| 30/01/2025              | -0,016848 | 0         | 0         | -0,016129 | -0,021622 |
| 24/01/2025              | -0,025914 | 0         | -0,017544 | 0,004008  | -0,026387 |
| 23/01/2025              | 0,0093459 | 0,0102565 | 0,0535842 | 0         | 0         |
| 22/01/2025              | 0         | -0,010257 | 0,046957  | 0,0040242 | 0,0026076 |
| ⋮                       | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 06/02/2020              | 0         | -0,00905  | 0,0324353 | 0,0129368 | 0,002963  |
| 05/02/2020              | -0,002195 | 0,0136057 | 0,0222231 | 0,0673202 | 0,0014848 |
| 04/02/2020              | 0         | 0,0563529 | -0,022223 | -0,002782 | 0,0195055 |
| 03/02/2020              | 0,0221739 | 0,0097088 | -0,053489 | -0,021979 | 0,0245411 |
| 31/01/2020              | 0         | 0         | -0,030772 | -0,00542  | -0,006192 |

| Periode /<br>Kode Saham | BMRI      | TINS      | POWR      | BBNI      | WINS      |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 31/01/2025              | -0,012371 | -0,009901 | 0,0150379 | 0,0276319 | -0,01373  |
| 30/01/2025              | -0,00409  | -0,038652 | -0,007547 | 0,0064865 | 0,0137302 |
| 24/01/2025              | -0,00813  | 0,0047506 | 0,0075472 | -0,008639 | -0,049448 |
| 23/01/2025              | 0,0040568 | -0,02353  | -0,007547 | -0,029663 | 0,0357181 |
| 22/01/2025              | 0,0163938 | 0,004662  | -0,007491 | 0,0104933 | -0,013544 |
| ⋮                       | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮         |
| 06/02/2020              | 0,0032415 | -0,013606 | -0,006006 | 0         | 0,0973742 |
| 05/02/2020              | 0         | 0,0484524 | -0,02367  | -0,010152 | -0,033523 |
| 04/02/2020              | 0,0229895 | -0,007067 | 0,0176996 | 0,0101524 | -0,094311 |
| 03/02/2020              | 0,0033278 | 0,0285734 | -0,0177   | 0,0310906 | -0,00995  |
| 31/01/2020              | -0,006645 | -0,028573 | -0,017392 | -0,010471 | -0,009852 |

### 3.3 Rata-rata *return*

Berdasarkan data pada tabel 2, terlihat bahwa nilai *return* yang dihasilkan oleh setiap perusahaan cukup bervariasi. Setelah menentukan nilai *return*, selanjutnya akan menentukan *mean* atau rata-rata dari setiap nilai *return* yang dihasilkan masing-masing perusahaan. Rata-rata dari *return* setiap saham adalah sebagai berikut.

**Tabel 3.** Rata-rata *return* 15 saham

| Kode Perusahaan | Rata-rata <i>return</i> |
|-----------------|-------------------------|
| ROTI            | -0,00025965             |
| INDF            | 2,64056E-06             |
| SSMS            | 0,000770844             |
| UNVR            | -0,001311748            |

| Kode Perusahaan | Rata-rata <i>return</i> |
|-----------------|-------------------------|
| ICBP            | 9,04724E-06             |
| BBRI            | -4,57894E-05            |
| DSNG            | 0,000717119             |
| UNSP            | 0,000102135             |
| MBAP            | 0,000201553             |
| BBCA            | 0,00031233              |
| BMRI            | -0,00018678             |
| TINS            | 0,000287647             |
| POWR            | -0,000216238            |
| BBNI            | -0,00034084             |
| WINS            | 0,001198735             |

### 3.4 Variansi dan Kovariansi

Setelah menentukan rata-rata *return* selanjutnya akan mencari nilai variansi yang nanti digunakan untuk mengisi elemen pada matriks berukuran 15 x 15. Variansi bertujuan untuk mengukur persebaran *return* saham dari rata-rata *return*, didapatkan hasil sebagai berikut.

**Tabel 4.** Nilai Variansi 15 saham

| Kode Perusahaan | Variansi    |
|-----------------|-------------|
| ROTI            | 0,00021133  |
| INDF            | 0,000308536 |
| SSMS            | 0,000957343 |
| UNVR            | 0,000495277 |
| ICBP            | 0,000315773 |
| BBRI            | 0,000453781 |
| DSNG            | 0,000754699 |
| UNSP            | 0,000842624 |
| MBAP            | 0,000663448 |
| BBCA            | 0,000262466 |
| BMRI            | 0,000861351 |
| TINS            | 0,001138735 |
| POWR            | 0,000234862 |
| BBNI            | 0,000874821 |
| WINS            | 0,001374638 |

Selain menentukan nilai variansi dari nilai *return*, akan ditentukan juga nilai kovariansi dari nilai *return*. Kovariansi bertujuan untuk mengukur seberapa besar dua saham bergerak secara bersama-sama. Dengan menggunakan persamaan maka didapatkan hasil kovariansi sebagai berikut.

**Tabel 5.** Nilai Kovariansi 15 saham

| Label    | Kovariansi  | Label     | Kovariansi  | Label     | Kovariansi  |
|----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|
| Cov(1,2) | 1,19278E-05 | Cov(3,12) | 0,000170394 | Cov(7,9)  | 5,78627E-05 |
| Cov(1,3) | 5,25644E-06 | Cov(3,13) | 4,17755E-05 | Cov(7,10) | 3,97115E-05 |
| Cov(1,4) | 2,54095E-05 | Cov(3,14) | 8,25766E-05 | Cov(7,11) | 6,36013E-05 |
| Cov(1,5) | 1,28566E-05 | Cov(3,15) | 1,3974E-05  | Cov(7,12) | 0,000129207 |
| Cov(1,6) | 3,22101E-05 | Cov(4,5)  | 0,0001327   | Cov(7,13) | 3,83515E-05 |
| Cov(1,7) | 1,57444E-05 | Cov(4,6)  | 0,000106596 | Cov(7,14) | 5,80322E-05 |
| Cov(1,8) | -1,2089E-05 | Cov(4,7)  | 5,27801E-05 | Cov(7,15) | 5,52388E-05 |



| Label     | Kovariansi  | Label     | Kovariansi  | Label      | Kovariansi  |
|-----------|-------------|-----------|-------------|------------|-------------|
| Cov(1,9)  | 1,80924E-05 | Cov(4,8)  | 1,41154E-06 | Cov(8,9)   | 3,56745E-06 |
| Cov(1,10) | 2,2623E-05  | Cov(4,9)  | 5,00316E-05 | Cov(8,10)  | 1,35001E-05 |
| Cov(1,11) | 4,03897E-05 | Cov(4,10) | 8,73814E-05 | Cov(8,11)  | 3,02146E-05 |
| Cov(1,12) | 1,40723E-05 | Cov(4,11) | 0,000101341 | Cov(8,12)  | 4,47756E-06 |
| Cov(1,13) | 1,00981E-05 | Cov(4,12) | 6,72701E-05 | Cov(8,13)  | -1,6361E-05 |
| Cov(1,14) | 3,64966E-05 | Cov(4,13) | 5,59866E-05 | Cov(8,14)  | -9,2527E-06 |
| Cov(1,15) | 1,22863E-05 | Cov(4,14) | 0,00011752  | Cov(8,15)  | 7,3726E-05  |
| Cov(2,3)  | 5,68496E-05 | Cov(4,15) | 3,48638E-05 | Cov(9,10)  | 3,88351E-05 |
| Cov(2,4)  | 0,000125782 | Cov(5,6)  | 0,00011167  | Cov(9,11)  | 7,87659E-05 |
| Cov(2,5)  | 0,000179016 | Cov(5,7)  | 3,25391E-05 | Cov(9,12)  | 0,000123707 |
| Cov(2,6)  | 0,000125665 | Cov(5,8)  | 2,66004E-06 | Cov(9,13)  | 3,38326E-05 |
| Cov(2,7)  | 7,52982E-05 | Cov(5,9)  | 1,58662E-05 | Cov(9,14)  | 5,44776E-05 |
| Cov(2,8)  | -1,4603E-05 | Cov(5,10) | 7,87664E-05 | Cov(9,15)  | 2,37337E-06 |
| Cov(2,9)  | 3,60081E-05 | Cov(5,11) | 0,000117125 | Cov(10,11) | 0,000209303 |
| Cov(2,10) | 9,2419E-05  | Cov(5,12) | 5,81106E-05 | Cov(10,12) | 0,000133137 |
| Cov(2,11) | 0,000125214 | Cov(5,13) | 5,05529E-05 | Cov(10,13) | 6,28156E-05 |
| Cov(2,12) | 0,000105629 | Cov(5,14) | 0,000145701 | Cov(10,14) | 0,000192371 |
| Cov(2,13) | 5,05749E-05 | Cov(5,15) | 2,87405E-05 | Cov(10,15) | 2,39421E-05 |
| Cov(2,14) | 0,000141026 | Cov(6,7)  | 3,18657E-05 | Cov(11,12) | 0,000228646 |
| Cov(2,15) | 1,69577E-07 | Cov(6,8)  | 1,60371E-05 | Cov(11,13) | 9,626E-05   |
| Cov(3,4)  | 6,11429E-05 | Cov(6,9)  | 6,32224E-05 | Cov(11,14) | 0,000341525 |
| Cov(3,5)  | 3,54013E-05 | Cov(6,10) | 0,000188214 | Cov(11,15) | 1,80183E-05 |
| Cov(3,6)  | 4,80206E-05 | Cov(6,11) | 0,000320185 | Cov(12,13) | 9,94286E-05 |
| Cov(3,7)  | 0,000158337 | Cov(6,12) | 0,000199685 | Cov(12,14) | 0,000231798 |
| Cov(3,8)  | -5,337E-05  | Cov(6,13) | 8,35089E-05 | Cov(12,15) | 9,52795E-05 |
| Cov(3,9)  | 1,77737E-05 | Cov(6,14) | 0,000329033 | Cov(13,14) | 0,000100188 |
| Cov(3,10) | 4,30063E-05 | Cov(6,15) | 1,11083E-05 | Cov(13,15) | 2,87275E-05 |
| Cov(3,11) | 4,24046E-05 | Cov(7,8)  | -1,491E-06  | Cov(14,15) | 4,64774E-05 |

Setelah menentukan nilai variansi dan kovariansi, selanjutnya dari hasil tersebut akan dibentuk matriks berordo 15 x 15 dengan entri diagonal utama merupakan nilai variansi yang telah didapatkan dan entri lainnya berisi nilai kovariansi.

### 3.5 Proporsi Optimal Portofolio

Setelah mendapatkan nilai invers dari matriks variansi-kovariansi dan vektor satuan, selanjutnya melakukan perhitungan untuk entri-entri yang berada pada determinan matriks yang digunakan untuk mencari nilai alpha dan beta. Adapun hasil dari masing-masing entrinya adalah sebagai berikut.

$$\bar{r}^T Q^{-1} \bar{r} = 0,008430528$$

$$\bar{r}^T Q^{-1} e = 0,36808441$$

$$e^T Q^{-1} \bar{r} = 0,36808441$$

$$e^T Q^{-1} e = 15154,75131$$

dengan asumsi nilai  $Rp = 0,0000242884$  selanjutnya akan ditentukan nilai alpha dan beta sebagai berikut.

$$\alpha = \frac{\det \begin{pmatrix} Rp & \bar{r}^T Q^{-1} e \\ 1 & e^T Q^{-1} e \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1} \bar{r} & \bar{r}^T Q^{-1} e \\ e^T Q^{-1} \bar{r} & e^T Q^{-1} e \end{pmatrix}} = 1,72929E - 18$$

$$\beta = \frac{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1} \bar{r} & Rp \\ e^T Q^{-1} \bar{r} & 1 \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1} \bar{r} & \bar{r}^T Q^{-1} e \\ e^T Q^{-1} \bar{r} & e^T Q^{-1} e \end{pmatrix}} = 6,59859E - 05$$

Setelah mendapatkan nilai alpha, beta,  $Q^{-1}$ , dan nilai  $e$ , lakukan perhitungan untuk mencari besar proporsi investasi ( $y$ ) dengan menggunakan rumus matematis (9).

**Tabel 6.** Perhitungan proporsi optimal

|              |               |               |
|--------------|---------------|---------------|
| -1,9603E-18  | 0,27805778    | 0,27805778    |
| 4,17654E-19  | 0,07030368    | 0,07030368    |
| 1,39943E-18  | 0,043909613   | 0,043909613   |
| -5,80797E-18 | 0,024437033   | 0,024437033   |
| 1,73269E-18  | 0,086095081   | 0,086095081   |
| 1,35614E-19  | 0,000741788   | 0,000741788   |
| 1,50401E-18  | 0,040076184   | 0,040076184   |
| 4,59217E-20  | + 0,085324939 | = 0,085324939 |
| 7,63549E-19  | 0,066220782   | 0,066220782   |
| 4,47013E-18  | 0,121925525   | 0,121925525   |
| -6,87945E-19 | -0,019739599  | -0,019739599  |
| 6,72897E-20  | -0,002709502  | -0,002709502  |
| -1,91097E-18 | 0,191524513   | 0,191524513   |
| -1,09846E-18 | -0,017412279  | -0,017412279  |
| 1,56974E-18  | 0,031244462   | 0,031244462   |

Dari perhitungan di atas, proporsi optimal setiap saham adalah sebagai berikut.

**Tabel 7.** Besar Proporsi

| Kode Perusahaan | y (Besar Proporsi) |
|-----------------|--------------------|
| ROTI            | 0,27805778         |
| INDF            | 0,07030368         |
| SSMS            | 0,043909613        |
| UNVR            | 0,024437033        |
| ICBP            | 0,086095081        |
| BBRI            | 0,000741788        |
| DSNG            | 0,040076184        |
| UNSP            | 0,085324939        |
| MBAP            | 0,066220782        |
| BBCA            | 0,121925525        |
| BMRI            | -0,019739599       |
| TINS            | -0,002709502       |
| POWR            | 0,191524513        |
| BBNI            | -0,017412279       |
| WINS            | 0,031244462        |

Proporsi di table 7 merupakan investasi yang didapatkan oleh masing-masing saham dengan meminimumkan risiko dan kendala yang digunakan adalah kendala budget dan target *return*. Risiko yang diperoleh adalah sebesar 0,0000659859. Berdasarkan hasil proporsi yang sudah didapatkan, nilai proporsi terbesar terdapat pada saham perusahaan ROTI sebesar 0,27805778. Selain itu terdapat beberapa Perusahaan yang memiliki nilai proporsi negatif atau short selling yang tentunya menjadi salah satu pertimbangan besar untuk investor. Strategi Short selling akan menguntungkan apabila investor memiliki pemahaman lebih mendalam dan dapat mengelola risiko dengan baik.

#### 4 SIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan dan analisis yang telah dilakukan dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Perhitungan mencari besar proporsi investasi terhadap 15 perusahaan yang berada pada skor ESG tertinggi berdasarkan laporan Katadata ESG indeks per Juni 2024 dengan tujuan untuk meminimumkan risiko serta kendala yang digunakan adalah kendala *budget* dan target *return*, dari 15 saham perusahaan terdapat sebanyak 12 saham perusahaan memiliki proporsi investasi bernilai positif, sedangkan sebanyak 3 saham perusahaan lainnya bernilai negatif atau akan terjadi short selling.
2. Besar proporsi investasi yang didapatkan oleh masing-masing perusahaan adalah sebagai berikut, **ROTI** (0,27805778), **INDF** (0,07030368), **SSMS** (0,043909613), **UNVR** (0,024437033), **ICBP** (0,086095081), **BBRI** (0,000741788), **DSNG** (0,040076184), **UNSP** (0,085324939), **MBAP** (0,066220782), **BBCA** (0,121925525), **BMRI** (-0,019739599), **TINS** (-0,002709502), **POWR** (0,191524513), **BBNI** (-0,017412279), **WINS** (0,031244462). Proporsi ini berhasil memberikan risiko portofolio sebesar 0,0000659859.

Berdasarkan besar proporsi yang sudah didapatkan, proporsi investasi terbesar terdapat pada saham perusahaan **ROTI** yaitu sebesar 0,27805778, sedangkan proporsi terkecil terdapat pada perusahaan **BMRI** yaitu sebesar -0,019739599.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Kementerian Pendidikan Tinggi, Sains, dan Teknologi dengan nomor kontrak 018/C3/DT.05.00/PL/2025 yang telah mendanai penelitian ini serta seluruh pihak yang telah memberikan dukungan dan kontribusi, sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan sangat baik.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Abdallah, M. N., Febrianti, W., & Mardianto, L. (2025). Optimasi Portofolio Berdasarkan Model Mean-Variance dengan menggunakan Lagrange Multiplier pada saham IDX30. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 4(2), 38. <https://doi.org/10.35472/indojam.v4i2.1983>
- Budiarti, A., & Sudrajad, O. Y. (2024). Portofolio optimization of ESG stocks using the Markowitz model on all green indexes in Indonesia. *Journal of Social and Economics Research*, 6(1), 2402–2421. <https://doi.org/10.54783/jser.v6i1.557>
- Burhan, Y., & Mulatsih, L. S. (2023). Pengaruh faktor fundamental terhadap return saham pada perusahaan sub sektor makanan dan minuman yang terdaftar di bursa efek Indonesia pada tahun 2017-2021. *Abstract of Undergraduate Research, Faculty of Economics, Bung Hatta University*, 23(2).
- Fahmiari, I., & Santosa, B. (2010). *Aplikasi Algoritma Differential Evolution untuk permasalahan kompleks pemilihan portofolio*. 1–10.
- Febrianti, W., Sidarto, K. A., & Sumarti, N. (2022). Solving Constrained Mean-Variance

- Portfolio Optimization Problems Using Spiral Optimization Algorithm. *International Journal of Financial Studies*, 11(1), 1–12. <https://doi.org/10.3390/ijfs11010001>
- Febryanti, W., Sulistianingsih, E., & Kusnandar, D. (2024). Analisis value at risk pada portofolio optimal saham blue chip dengan metode resampled efficient frontier. *EPSILON: JURNAL MATEMATIKA MURNI DAN TERAPAN (EPSILON: JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS)*, 18(1), 30. <https://doi.org/10.20527/epsilon.v18i1.10170>
- Gubu, L., & Rashif, M. (2024). Pembentukan Portofolio Optimal Saham Dengan Menggunakan Model Portofolio Mean-Variance-Skewness-Kurtosis. *Jurnal Derivat: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 11(2), 123–133. <https://doi.org/10.31316/jderivat.v10i2.6218>
- Luo, Z. (2024). Comprehensive Analysis of Portfolio Optimization Using the Markowitz and Index Models. *Finance & Economics*, 1(1), 1–15. <https://doi.org/10.61173/vr3w8312>
- Setyowati, H., Hoyyi, A., & Maruddani, D. A. I. (2019). Pembentukan portofolio optimal dengan metode resampled efficient frontier untuk perhitungan value at risk dilengkapi aplikasi GUI matlab. *Jurnal Gaussian*, 8(1), 127–138.
- Triyani, A., Setyahuni, S. W., & Kiryanto, K. (2020). The Effect Of Environmental, Social and Governance (ESG) Disclosure on Firm Performance: The Role of Ceo Tenure. *Jurnal Reviu Akuntansi Dan Keuangan*, 10(2), 261–270. <https://doi.org/10.22219/jrak.v10i2.11820>