

OPTIMISASI PORTOFOLIO *MEAN-VARIANCE* PADA EKONOMI HIJAU (INDEKS SRI-KEHATI) MENGGUNAKAN METODE PENGALI LAGRANGE

Desi Era P. Siregar, Werry Febrianti*

Program Studi Matematika, Institut Teknologi Sumatera, Bandar Lampung, Indonesia

**Penulis korespondensi: werry.febrianti@ma.itera.ac.id*

ABSTRAK

Portofolio merupakan kumpulan aset saham yang dimiliki oleh individu maupun instansi dengan tujuan memperoleh keuntungan optimal pada tingkat risiko tertentu. Saat ini, selain mengejar keuntungan finansial, banyak investor juga mempertimbangkan kinerja portofolio dari sisi keberlanjutan, khususnya aspek lingkungan, sosial, dan tata kelola (*Environmental, Social, and Governance/ESG*). Salah satu acuan adalah Indeks SRI-KEHATI yang berisi saham-saham perusahaan terpilih berdasarkan prinsip tanggung jawab sosial serta keberlanjutan. Penelitian ini berfokus pada optimalisasi portofolio hijau dalam Indeks SRI-KEHATI dengan pendekatan *Mean-Variance* yang diperkenalkan oleh Markowitz. Penyelesaian portofolio dilakukan melalui metode pengali Lagrange, yang digunakan untuk menentukan alokasi proporsi optimal sehingga diperoleh risiko minimum dengan target *return* tertentu. Data penelitian berupa harga penutupan harian saham selama lima tahun terakhir (31 Januari 2020 – 31 Januari 2025) dari emiten yang tergabung dalam Indeks SRI-KEHATI. Hasil analisis menunjukkan bahwa penerapan model *Mean-Variance* dengan metode Lagrange pada Indeks SRI-KEHATI menghasilkan risiko sebesar 0,2801577 dengan target *return* 0,25237504 serta total proporsi investasi sebesar 1.

Kata kunci: MOORA, pengambilan keputusan, rumah subsidi, KPR, multikriteria

1 PENDAHULUAN

Pasar saham memiliki peranan krusial dalam menunjang pertumbuhan ekonomi suatu negara, terutama melalui fungsinya dalam menyalurkan sumber daya ke sektor-sektor yang lebih produktif. Dalam praktik investasi, portofolio saham menjadi instrumen utama bagi investor untuk memperoleh tingkat pengembalian yang optimal sekaligus menekan risiko melalui strategi diversifikasi (Muthohiroh *et al.*, 2021). Pentingnya diversifikasi semakin menonjol ketika menghadapi kondisi pasar yang bergejolak, termasuk di Indonesia. Sejalan dengan meningkatnya perhatian terhadap isu keberlanjutan, berkembang konsep portofolio hijau (*green portfolio*) yang menekankan investasi pada aset yang mendukung aspek lingkungan maupun sosial, seperti perusahaan yang berkomitmen terhadap prinsip ESG (*Environmental, Social, and Governance*).

Dalam praktiknya, manajemen portofolio hijau tidak hanya berorientasi pada keuntungan finansial, tetapi juga pada peranannya dalam mendukung upaya mitigasi perubahan iklim serta pembangunan berkelanjutan. Indeks SRI-KEHATI yang disusun oleh Yayasan KEHATI bersama Bursa Efek Indonesia menjadi salah satu rujukan utama dalam menentukan saham-saham berkelanjutan yang layak untuk investasi (Fikri, 2023). Meski demikian, sejumlah hambatan masih dihadapi, seperti terbatasnya instrumen hijau yang tersedia, tingginya potensi biaya, risiko terkait regulasi, serta ketiadaan standar ESG yang seragam sehingga dapat menimbulkan praktik *greenwashing* (Aziz, 2022). Oleh karena itu, diperlukan pendekatan optimisasi yang mampu menjaga keseimbangan antara risiko, tingkat pengembalian, dan komitmen pada prinsip keberlanjutan.

Beberapa penelitian terdahulu telah membahas berbagai pendekatan dalam upaya optimisasi portofolio hijau. Studi yang dilakukan oleh Abdallah *et al.* (2025) menggunakan model *Mean-Variance* Markowitz dengan metode pengali Lagrange untuk mengoptimalkan portofolio saham IDX30 berdasarkan data harga penutupan periode 2019–2024. Temuan mereka menunjukkan bahwa pendekatan ini efektif dalam menekan risiko sekaligus meningkatkan imbal hasil, dengan *return* sebesar 0,000192031 dan alokasi terbesar diberikan pada saham UNVR sebesar 26,67%. Di sisi lain, Muniandy (2024) menekankan pentingnya integrasi prinsip ESG dan transparansi guna mencegah praktik *greenwashing*. Penelitian oleh Semmler *et al.* (2024) mengungkapkan bahwa investasi pada energi terbarukan cenderung lebih menguntungkan dalam jangka panjang. Sementara itu, Smith & Wachtmeister (2019) dan Fischer & Lundtofte (2021) membandingkan kinerja portofolio konvensional dengan portofolio hijau yang mempertimbangkan faktor lingkungan terhadap hasil finansial. Namun, mayoritas studi tersebut masih berfokus pada negara-negara maju, sehingga kajian mengenai optimisasi portofolio hijau di pasar negara berkembang, termasuk Indonesia, masih relatif terbatas.

Berdasarkan celah penelitian tersebut, studi ini diarahkan untuk mengoptimalkan portofolio hijau berbasis Indeks SRI-KEHATI melalui pendekatan matematis dengan metode pengali Lagrange. Metode ini digunakan untuk memaksimalkan fungsi tujuan berupa *return* portofolio dengan mempertimbangkan sejumlah kendala, salah satunya batasan anggaran. Pendekatan tersebut diharapkan mampu memberikan gambaran strategis mengenai komposisi portofolio hijau yang efisien, sekaligus mendukung pengambilan keputusan investasi yang selaras dengan prinsip keberlanjutan.

2 METODE

Penelitian ini mengoptimalkan portofolio dengan memanfaatkan data yang diperoleh dari www.investing.com, yang kemudian diolah ke dalam model *Mean-Variance* menggunakan metode pengali Lagrange. Sampel data berupa harga penutupan saham dari 15 perusahaan yang masuk dalam indeks SRI-KEHATI selama periode lima tahun, yakni 31 Januari 2020 hingga 31 Januari 2025. Untuk mendukung analisis dan penyusunan argumen, penelitian ini berlandaskan pada beberapa teori yang dijadikan acuan, sebagaimana dijelaskan pada bagian berikut:

2.1 Portofolio Hijau

Portofolio hijau (*green portfolio*) merupakan strategi investasi yang menggabungkan tujuan finansial dengan aspek keberlanjutan lingkungan dan sosial. Instrumen dalam portofolio ini dapat berupa saham, obligasi, maupun reksa dana yang berfokus pada upaya mitigasi perubahan iklim, peningkatan efisiensi energi, serta pemanfaatan sumber daya secara berkelanjutan. Prioritas investasi diberikan kepada perusahaan yang menerapkan prinsip ESG (*Environmental, Social, and Governance*). Pemilihan aset dilakukan berdasarkan kontribusinya terhadap lingkungan, misalnya investasi pada energi terbarukan dan teknologi ramah lingkungan, sekaligus mempertimbangkan manajemen risiko jangka panjang yang berhubungan dengan isu sosial dan lingkungan (Mishra *et al.*, 2023).

Adapun manfaat dari portofolio hijau antara lain mendukung pertumbuhan ekonomi berkelanjutan, memberikan peluang imbal hasil kompetitif dalam jangka panjang, serta menurunkan risiko yang terkait dengan faktor lingkungan dan sosial. Selain itu, investor juga berpotensi memperoleh insentif fiskal serta terhindar dari investasi pada sektor-sektor yang rentan terhadap regulasi ketat maupun tekanan isu keberlanjutan.

2.2 Indeks SRI-KEHATI

Indeks SRI-KEHATI merupakan indeks saham hasil kerja sama antara Yayasan KEHATI dan Bursa Efek Indonesia (BEI) yang berfungsi untuk menyaring emiten-emiten dengan prinsip keberlanjutan serta tanggung jawab sosial. Proses seleksi saham pada indeks ini mempertimbangkan aspek ESG, performa keuangan, dan tingkat likuiditas saham (Fikri, 2023). Keberadaan indeks tersebut mendorong investasi yang tidak hanya memberikan keuntungan ekonomi, tetapi juga menghasilkan dampak positif bagi lingkungan dan masyarakat. Dalam penelitian ini digunakan 15 saham yang tergabung dalam indeks SRI-KEHATI, dengan tujuan membangun portofolio hijau yang optimal melalui pendekatan matematis.

2.3 Saham

Saham merupakan instrumen yang menunjukkan kepemilikan dalam suatu perusahaan, yang memberikan hak bagi pemegangnya untuk memperoleh dividen serta berpartisipasi dalam keputusan tertentu. Harga saham dipengaruhi oleh performa perusahaan dan dinamika pasar. Di pasar modal Indonesia, saham menjadi instrumen investasi utama yang digunakan baik untuk strategi jangka pendek maupun jangka panjang (Febrianti, 2018).

2.4 Investasi

Investasi merupakan aktivitas penempatan sejumlah dana atau aset dengan tujuan memperoleh keuntungan di masa mendatang. Bentuk investasi dapat berupa instrumen finansial, seperti saham dan reksa dana, maupun aset riil, seperti emas dan properti. Konsep *high risk, high return* menegaskan bahwa semakin besar potensi keuntungan, semakin tinggi pula risiko yang harus dipahami oleh investor sebelum mengambil keputusan (Rahmadi *et al.*, 2024).

2.5 Optimasi Portofolio

Optimasi portofolio merupakan upaya untuk menentukan strategi terbaik dalam mengalokasikan dana pada berbagai instrumen, baik yang berisiko maupun tidak, guna memaksimalkan hasil investasi. Tujuan utama dari optimasi ini adalah memperoleh tingkat keuntungan yang optimal dengan tetap menjaga risiko pada level minimum (Abdallah *et al.*, 2025). Portofolio sendiri adalah sekumpulan aset milik investor yang dibentuk melalui pembagian modal ke sejumlah perusahaan, sehingga diharapkan dapat menghasilkan *return* tinggi dengan risiko yang terkendali. Salah satu metode yang banyak digunakan dalam penyusunan portofolio optimal adalah pendekatan *Mean-Variance* yang diperkenalkan oleh Markowitz.

Dalam penelitian ini, pengolahan serta analisis data untuk merancang portofolio optimal dilakukan dengan bantuan perangkat lunak Microsoft Excel. Metode yang dipakai adalah pengali Lagrange, di mana tahapan pengolahan data dilakukan secara sistematis mengikuti alur perhitungan hingga diperoleh komposisi portofolio yang optimal.

2.5.1 Pemilihan perusahaan dan pengumpulan data saham SRI-KEHATI.

Tahap pertama dalam penelitian ini adalah menentukan perusahaan yang masuk ke dalam indeks SRI-KEHATI sekaligus mengumpulkan data harga sahamnya. Pemilihan sampel perusahaan didasarkan pada ketersediaan data harga penutupan saham yang lengkap selama lima tahun terakhir. Setelah melalui proses pemeriksaan dan seleksi, diperoleh 15 perusahaan yang memenuhi persyaratan kelengkapan data dan layak dijadikan bahan analisis dalam pembentukan portofolio optimal.

2.5.2 Menghitung *return* saham

Return merupakan ukuran yang menunjukkan tingkat keuntungan (*capital gain*) maupun kerugian (*capital loss*) dari suatu investasi (Pardosi & Wijayanto, 2015). Perhitungan *return* saham dalam penelitian ini menggunakan harga penutupan dengan pendekatan *return* kontinu, yaitu:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1)$$

Keterangan: r_t : *return* pada waktu t ; P_t : harga saham pada waktu t ; P_{t-1} : harga saham pada waktu sebelumnya.

2.5.3 Menghitung variansi dan kovariansi

Variansi digunakan untuk mengukur risiko individual tiap saham, sedangkan kovariansi menggambarkan hubungan antara *return* dua saham (Paramitasari, 2014). Rumus variansi adalah:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_i - \bar{x}_k)^2} \quad (2)$$

sedangkan rumus kovariansi yaitu:

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_k)(y_i - \bar{y}_k)}{n} \quad (3)$$

Keterangan: σ_i : risiko saham i ; x_i, y_i : data *return* (per-bulan) dari saham i ; \bar{x}_k, \bar{y}_k : rata-rata *return* seluruh saham i ; N : banyak periode pengamatan.

2.5.4 Membentuk matriks variansi-kovariansi (Q)

Matriks kovarians merepresentasikan hubungan antar *return* saham dalam portofolio. Elemen diagonal matriks menunjukkan variansi masing-masing saham (risiko individu), sedangkan elemen *non*-diagonal menggambarkan kovariansi antar saham. Bentuk umum matriks adalah:

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \text{Cov}(1,2) & \cdots & \text{Cov}(1,n) \\ \text{Cov}(2,1) & \sigma_2^2 & \cdots & \text{Cov}(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(n,1) & \text{Cov}(n,2) & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Elemen diagonal berisi variansi masing-masing saham sebagai indikator risiko individu, sedangkan elemen *non*-diagonal menunjukkan kovariansi antar saham sebagai ukuran keterkaitan. Matriks ini berfungsi untuk menilai risiko gabungan portofolio sekaligus menyusun strategi diversifikasi yang optimal.

2.5.5 Menghitung invers matriks (Q^{-1})

Invers dari matriks kovarians diperlukan untuk menentukan bobot optimal setiap aset. Perhitungan ini membantu meminimalkan risiko melalui penyelesaian sistem persamaan linier dalam optimisasi portofolio. Semakin rendah kovariansi antar saham, semakin besar potensi diversifikasi dalam mengurangi risiko (Abdallah *et al.*, 2025).

2.5.6 Menghitung proporsi investasi

Metode pengali Lagrange digunakan untuk menentukan bobot investasi optimal. Ada dua pendekatan yang digunakan yaitu kendala tunggal (*budget*) dan kendala ganda (*budget* dan target *return*) (Abdallah *et al.*, 2025).

Pada kendala tunggal, total proporsi investasi ditetapkan sebesar satu ($\sum_{i=1}^n y_i = 1$). Fungsi risiko portofolio diminimalkan dengan bantuan pengali Lagrange, menghasilkan solusi proporsi investasi:

$$y = \frac{Q^{-1}e}{e^T Q^{-1}e} \quad (5)$$

Adapun pada kendala ganda (total proporsi dan target *return*), bobot optimal dihitung dengan pendekatan matriks dan determinan menggunakan rumus *Cramer*. Rumus umum proporsi investasi menjadi:

$$y = \alpha Q^{-1}\bar{r} + \beta Q^{-1}e \quad (6)$$

Keterangan: Q^{-1} : invers matriks variansi-kovariansi; dan e : matriks satuan.

2.5.7 Menghitung nilai alpha (α) dan beta (β)

Nilai α dan β dihitung untuk memperoleh proporsi optimal investasi dengan kendala *budget* dan target *return* menggunakan metode Lagrange (Abdallah *et al.*, 2025). Keduanya diperoleh melalui metode determinan sebagai berikut:

$$\alpha = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{\det \begin{pmatrix} Rp & \bar{r}^T Q^{-1}e \\ 1 & e^T Q^{-1}e \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1}\bar{r} & \bar{r}^T Q^{-1}e \\ e^T Q^{-1}\bar{r} & e^T Q^{-1}e \end{pmatrix}} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{\lambda_2}{2} = \frac{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1}\bar{r} & Rp \\ e^T Q^{-1}\bar{r} & 1 \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} \bar{r}^T Q^{-1}\bar{r} & \bar{r}^T Q^{-1}e \\ e^T Q^{-1}\bar{r} & e^T Q^{-1}e \end{pmatrix}} \quad (8)$$

2.5.8 Meminimumkan resiko investasi

Langkah akhir adalah menghitung total risiko portofolio menggunakan:

$$\text{Min } V = y^T Q y \quad (9)$$

dengan kendala $\bar{r}^T y = Rp$ dan $e^T y = 1$, artinya target *return* harus tercapai dan total proporsi investasi adalah 100% (Abdallah *et al.*, 2025).

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut daftar saham yang digunakan dalam penelitian ini yang merupakan saham-saham yang telah terdaftar dalam indeks SRI-KEHATI selama periode lima tahun, yaitu dari Januari 2020 hingga Januari 2025.

Tabel 1. Daftar Perusahaan yang dipilih dari Indeks SRI-KEHATI

No.	Perusahaan	Kode
1	PT AKR Corporindo Tbk.	AKRA
2	Adi Sarana Armada Tbk	ASSA
3	PT Tabungan Negara (Persero) Tbk	BBTN
4	PT Bumi Serpong Damai Tbk	BSDE
5	Vale Indonesia Tbk	INCO
6	PP London Sumatera Indonesia Tbk	LSIP
7	PT Perusahaan Gas Negara Tbk	PGAS
8	PT Cikarang Listrindo Tbk	POWR
9	PT Telkom Indonesia (Persero) Tbk	TLKM
10	PT Wijaya Karya (Persero) Tbk	WIKA
11	Astra Agro Lestari Tbk	AALI
12	Alam Sutera Realty Tbk	ASRI
13	Dharma Satya Nusantara Tbk	DSNG
14	United Tractors Tbk PT	UNTR
15	Semen Indonesia (Persero) Tbk	SMGR

Tabel 2. Data harga penutupan saham Indeks SRI-KEHATI

Periode	AKRA	ASSA	BBTN	BSDE	INCO
03/02/2020	632	540	1,81	1,1	3,25
04/02/2020	640	545	1,84	1,15	3,3
05/02/2020	646	570	1,805	1,16	3,3
06/02/2020	662	600	1,85	1,195	3,31
07/02/2020	680	605	1,845	1,195	3,31
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21/01/2025	1,245	665	1,095	935	3,58
Periode	AKRA	ASSA	BBTN	BSDE	INCO
22/01/2025	1,23	660	1,085	935	3,54
23/01/2025	1,23	655	1,085	945	3,42
24/01/2025	1,19	655	1,065	950	3,21
30/01/2025	1,12	655	1,02	955	3,04

Periode	LSIP	PGAS	POWR	TLKM	WIKA
03/02/2020	1,15	1,7	1,7	855	1,88
04/02/2020	1,16	1,52	1,52	840	1,935
05/02/2020	1,215	1,475	1,475	855	1,96
06/02/2020	1,265	1,52	1,52	835	2,02
07/02/2020	1,275	1,54	1,54	830	1,975
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21/01/2025	1,025	1,61	1,61	670	236
22/01/2025	1,025	1,585	1,585	665	242
23/01/2025	1,025	1,65	1,65	660	234
24/01/2025	1,02	1,65	1,65	665	226
30/01/2025	1,045	1,63	1,63	660	220

Periode	AALI	ASRI	DSNG	UNTR	SMGR
03/02/2020	139	410	19.075	12.000	139
04/02/2020	143	414	18.775	12.025	143
05/02/2020	147	438	18.750	12.375	147
06/02/2020	146	444	18.700	12.400	146
07/02/2020	149	440	18.800	12.350	149
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21/01/2025	12.050	191	980	25.700	3.010
22/01/2025	12.125	196	970	25.925	2.950
23/01/2025	11.775	189	980	25.450	2.990
24/01/2025	11.250	185	980	25.100	2.940
30/01/2025	11.400	186	980	24.475	2.840

Harga penutupan (*close price*) pada Tabel 2 digunakan untuk menghitung *return* saham, yang akan menjadi langkah awal dalam menentukan proporsi investasi minimal risiko. Perhitungan *return* dilakukan menggunakan persamaan (1) sebagai berikut.

Tabel 3. Data *return* saham Indeks SRI-KEHATI

Periode	AKRA	ASSA	BBTN	BSDE	INCO
03/02/2020	-0,01257878	-0,0092167	-0,0164387	-0,0444518	-0,01526747
04/02/2020	-0,00933133	-0,0448506	0,01920498	-0,0086581	0
05/02/2020	-0,02446605	-0,0512933	-0,0246251	-0,0297262	-0,00302572
06/02/2020	-0,02682724	-0,0082988	0,00270636	0	0
07/02/2020	0,032887867	0	0,0054348	0,04711792	0,015220994
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21/01/2025	-0,00620478	-0,0258412	0,0102565	-0,008717	0,020134908
22/01/2025	0,029290797	0,03636764	-0,010257	0,018492	-0,01346822
23/01/2025	0,045610511	0,02139119	0	0,0138479	0,016863806
24/01/2025	-0,01324523	-0,0053908	0	0,0252157	0,034605529
30/01/2025	-0,04082199	-0,0625204	0,0051151	-0,016211	0,010619569

Periode	LSIP	PGAS	POWR	TLKM	WIKA
03/02/2020	-0,00865806	0,11191792	0,11191792	0,017699577	-0,02883555
04/02/2020	-0,04632407	0,03005235	0,03005235	-0,01769958	-0,01283715
05/02/2020	-0,04032805	-0,0300523	-0,0300523	0,023669744	-0,03015304
06/02/2020	-0,00787406	-0,0130721	-0,0130721	0,006006024	0,022529113
07/02/2020	0,056466612	0,00978801	0,00978801	0,006042314	0,030850776
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21/01/2025	0	0,01564977	0,01564977	0,007490672	0,008438869
22/01/2025	0	-0,0401909	-0,0401909	0,007547206	-0,02510592
23/01/2025	0,004889985	0	0	-0,00754721	0,033616611
24/01/2025	-0,02421426	0,01219527	0,01219527	0,007547206	0,034786116
30/01/2025	0,004796172	0,01857639	0,01857639	-0,01503788	0,026907453

Periode	AALI	ASRI	DSNG	UNTR	SMGR
03/02/2020	-0,00422834	-0,0283707	-0,0097088	0,0158524	-0,00208117
04/02/2020	-0,01257878	-0,027588	-0,0563529	0,0013324	-0,02869049
05/02/2020	0,004175371	0,00682597	-0,0136057	0,0026702	-0,00201816
06/02/2020	0,008403411	-0,0203397	0,00904984	-0,0053333	0,00404041
07/02/2020	-0,00421053	0,04811925	0,02765153	0,0283229	0,004056801
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21/01/2025	0,012121361	0,00754721	0,00917438	0	0,011236073
22/01/2025	0	0,0076046	0	-0,0106384	0,034486176
23/01/2025	0,033060862	0	0,01860519	-0,0052771	0,063369614
24/01/2025	0,060624622	0	0,04317217	-0,0052494	0,054413422
30/01/2025	0,00896867	-0,0300775	-0,0242143	0,00524936	0,013245227

Berdasarkan data pada Tabel 3, terlihat bahwa nilai *return* yang dihasilkan pada setiap perusahaan cukup bervariasi. Setelah menentukan nilai *return*, selanjutnya akan menentukan *mean* atau rata-rata dari setiap nilai *return* yang dihasilkan masing-masing perusahaan. Rata-rata *return* memberikan gambaran umum mengenai kinerja saham selama periode analisis. Rata-rata *return* ditentukan dengan menggunakan persamaan:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{n} \quad (10)$$

sehingga rata-rata yang dihasilkan dapat dilihat pada Tabel 4 sebagai berikut:

Tabel 4. Rata-rata *return* saham Indeks SRI-KEHATI

Kode Perusahaan	Nilai rata-rata
AKRA	0,07660662
ASSA	0,05544687
BBTN	0,04403263
BSDE	-0,0269598
INCO	0,02853405
LSIP	-0,0446767
PGAS	0,04222358
POWR	0,01055683
TLKM	0,03235978
WIKA	0,02151989
AALI	0,01328004
ASRI	0,00876519
Kode Perusahaan	Nilai rata-rata
DSNG	-0,0130703
UNTR	-0,0024904
SMGR	0,0267557

Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 4, rata-rata *return* saham menunjukkan hasil yang bervariasi, dengan beberapa saham bernilai positif dan yang lainnya negatif. Selanjutnya, variansi dihitung menggunakan Persamaan (2) untuk mengukur penyebaran *return* terhadap rata-ratanya dan digunakan sebagai elemen utama dalam matriks kovarians berukuran 15×15 . Berikut hasil variansi yang telah didapatkan.

Tabel 5. Nilai Variansi dari *return* saham Indeks SRI-KEHATI

Kode Perusahaan	Variansi
AKRA	0,003443
ASSA	0,000748
BBTN	0,000522
BSDE	0,020957
INCO	0,011429
LSIP	0,016786
PGAS	0,010881
POWR	0,009681
TLKM	0,014715
WIKA	0,040328
AALI	0,001908
ASRI	0,001406
DSNG	0,000223
UNTR	0,000238
SMGR	0,000322

Variansi digunakan untuk mengukur besarnya penyimpangan *return* saham terhadap nilai rata-ratanya, sehingga dapat merepresentasikan tingkat risiko individual dari setiap saham. Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 5, diketahui bahwa saham WIKA memiliki nilai variansi tertinggi sebesar 0,040328, yang berarti saham ini memiliki risiko paling besar dibandingkan saham lainnya. Selain variansi, kovariansi antar *return* saham juga dihitung untuk mengetahui hubungan pergerakan antara dua saham. Perhitungan kovariansi mengacu pada Persamaan (3), di mana hasilnya menunjukkan arah keterkaitan *return* antar saham. Nilai kovariansi positif mengindikasikan bahwa kedua saham cenderung bergerak searah, sedangkan nilai kovariansi negatif menggambarkan adanya pergerakan yang berlawanan arah.

Hasil perhitungan variansi dan kovariansi tersebut kemudian disusun dalam bentuk matriks kovarians berukuran 15×15 . Pada matriks ini, elemen diagonal utama berisi nilai variansi masing-masing saham, sementara elemen non-diagonal berisi nilai kovariansi antar pasangan saham. Matriks kovarians ini menjadi dasar dalam analisis risiko portofolio secara menyeluruh dan digunakan untuk menentukan strategi diversifikasi yang optimal. Berikut disajikan matriks variansi-kovariansi yang diperoleh.

Berdasarkan Tabel 6 matriks variansi-kovariansi yang telah dihitung digunakan sebagai nilai awal untuk menentukan bobot investasi optimal setiap saham dalam portofolio. Pada tahap awal, pendekatan satu dan dua kendala digunakan untuk meminimalkan risiko portofolio dengan memanfaatkan invers dari matriks variansi-kovariansi dan vektor satuan. Proses ini melibatkan penggunaan formula MINVERSE pada perangkat lunak *Excel* untuk memperoleh nilai invers matriks. Dengan Persamaan (5) untuk satu kendala dan Persamaan (6) untuk dua kendala, didapatkan nilai proporsi investasi pada kendala *budget* masing-masing saham yang terdapat pada Tabel 7.

Tabel 6. Matriks variansi-kovariansi

-0,028	0,077	0,066	0,101	0,006	0,374	0,018	-0,005	0,000	-0,396	-0,247	-0,013	0,084	-0,108	0,003
0,106	0,073	0,051	-0,009	0,080	0,197	0,005	-0,047	-0,046	-0,068	-0,078	0,330	-0,061	0,001	-0,108
0,056	-0,050	-0,009	0,034	-0,069	-1,985	0,003	0,012	0,014	0,042	-0,021	0,007	0,001	-0,061	0,084
0,253	0,037	-0,092	0,048	0,109	5,572	0,010	-0,034	-0,032	0,015	0,044	0,021	0,007	0,330	-0,013
-0,125	-0,193	-0,026	-0,085	-0,032	-0,217	-0,024	0,012	0,017	0,020	0,011	0,044	-0,021	-0,078	-0,247
0,042	-0,110	-0,044	-0,046	0,065	0,068	0,003	0,028	0,027	0,017	-0,421	0,072	0,084	-0,027	-0,296
0,096	-0,234	-0,023	-0,077	-0,133	0,678	0,015	0,837	0,011	0,063	-0,017	-0,015	-0,047	-0,100	0,077
0,125	-0,235	-0,023	-0,040	-0,074	0,666	0,017	0,010	0,865	-0,004	0,012	-0,034	0,012	-0,047	-0,005
0,010	0,013	0,007	-0,003	0,005	0,051	0,015	0,043	0,126	0,147	0,051	0,077	-0,048	-0,086	0,014
0,219	0,135	0,032	0,037	-0,009	0,040	-0,103	0,666	0,635	0,348	-0,217	5,572	-1,985	0,197	0,374
0,356	0,199	0,197	0,468	0,002	-0,009	-0,183	-0,074	-0,100	-0,374	-0,032	0,109	-0,069	0,080	0,006
0,412	0,139	0,237	0,001	0,468	0,037	-0,458	-0,040	-0,052	-0,385	-0,085	0,048	0,034	-0,009	0,101
0,130	0,138	0,000	0,237	0,197	0,032	-0,328	-0,023	-0,035	-0,095	-0,026	-0,092	-0,009	0,051	0,066
0,108	0,000	0,138	0,139	0,199	0,135	-0,097	-0,235	-0,229	-0,035	-0,193	0,037	-0,050	0,073	0,077
0,000	0,108	0,130	0,412	0,356	0,219	-0,331	0,125	0,245	-0,084	-0,125	0,253	0,056	0,106	-0,028

Tabel 7. Besar proporsi yang dihasilkan dengan satu dan dua kendala

Kode Perusahaan	Besar Proporsi
AKRA	-0,779421341
ASSA	2,866972333
BBTN	1,798019287
BSDE	0,497816357
INCO	-1,733124128
LSIP	-1,025882668
PGAS	0,291995024
POWR	-0,048395886
TLKM	0,159644356
WIKA	-0,220450748
AALI	-0,210658655
ASRI	-0,078525428
DSNG	-2,291300292
UNTR	-0,165501385
SMGR	1,938813175

Berdasarkan Tabel 7 nilai besar proporsi yang didapatkan, selanjutnya akan mencari risiko yang dihasilkan dengan menggunakan Persamaan (9) didapatkan nilai V atau nilai risiko yang dihasilkan sebesar 0,2801577. Dari hasil perhitungan proporsi optimal, diketahui bahwa alokasi terbesar diberikan pada saham perusahaan ASSA. Di sisi lain, terdapat beberapa saham yang menunjukkan proporsi negatif, yang mengindikasikan strategi *short selling*. Strategi ini dapat memberikan peluang keuntungan bagi investor, namun memerlukan pemahaman yang mendalam serta memahami manajemen risiko agar dapat diterapkan secara efektif.

4 SIMPULAN

Berdasarkan analisis serta hasil perhitungan yang telah dilakukan, kesimpulan yang dapat ditarik adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil perhitungan, metode pengali Lagrange terbukti efektif dalam membentuk portofolio optimal, baik pada pendekatan satu kendala (*budget*) maupun dua kendala (*budget* dan *target return*). Kedua pendekatan menghasilkan proporsi investasi yang memenuhi syarat dengan risiko minimum yang sama, yaitu sebesar 0,2801577. Hal ini menunjukkan bahwa *target return* yang ditetapkan berada pada titik risiko minimum.
2. Penerapan metode Lagrange pada optimasi green portfolio di Indeks SRI-KEHATI memberikan alokasi proporsi investasi yang mencerminkan prinsip keberlanjutan. Alokasi terbesar diperoleh pada saham KLBF, yang menempati bobot dominan dalam portofolio optimal. Sementara itu, beberapa saham menunjukkan proporsi negatif, yang dalam praktik investasi dapat dipertimbangkan sebagai strategi *short selling*.

Kesamaan hasil proporsi dan risiko portofolio pada pendekatan satu maupun dua kendala menegaskan bahwa *targetreturn* memang berada pada titik *Minimum Variance Portfolio* (MVP). Dengan demikian, model *Mean-Variance* melalui metode Lagrange dapat dijadikan pendekatan kuantitatif yang kuat dalam perencanaan investasi berkelanjutan, khususnya dalam konteks *green portfolio* pada indeks SRI-KEHATI.

UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Kementerian Pendidikan Tinggi, Sains, dan Teknologi dengan nomor kontrak 018/C3/DT.05.00/PL/2025 yang telah mendanai penelitian ini serta seluruh pihak yang telah memberikan dukungan dan kontribusi, sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan sangat baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdallah, M. N., Febrianti, W., & Mardianto, L. (2025). Optimasi Portofolio Berdasarkan Model Mean-Variance dengan menggunakan Lagrange Multiplier pada saham IDX30. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 4(2), 38–46. <https://doi.org/10.35472/indojam.v4i2.1983>
- Aziz, A. (2022). *Mengukur Pengaruh Investasi ESG pada Perbankan di Indonesia dan Bagaimana Peran Kebijakan Fiskal: Analisis Data Panel*. Direktorat Jenderal Strategi Ekonomi Dan Fiskal Kementerian Keuangan Republik Indonesia.
- Febrianti, W. (2018). Penentuan harga opsi dengan model black-scholes menggunakan metode beda hingga forward time central space. *Journal of Fundamental Mathematics and Applications (JFMA)*, 1(1), 45–51. <https://doi.org/10.14710/jfma.v1i1.6>
- Fikri, M. A. A. (2023). Kinerja Investasi Saham Berkelanjutan Indeks Sri Kehati Dengan Metode Sharpe. *Jurnal Penelitian Dan Pengkajian Ilmiah Sosial Budaya*, 2(2), 114–118. <https://doi.org/10.47233/jppisb.v2i1.708>
- Fischer, T., & Lundtofte, F. (2021). Green portfolios. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3923578>
- Mishra, S., Raj, R., & Chakrabarty, S. P. (2023). Green portfolio optimization: A scenario analysis and stress testing based novel approach for sustainable investing in the paradigm Indian markets. *ArXiv Preprint ArXiv:2305.16712*.
- Muniandy, R. M. (2024). Green investing insights: navigating the complexities of environmental regulations and portfolio management. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4845821>
- Muthohiroh, U., Rahmawati, R., & Ispriyanti, D. (2021). Pendekatan metode markowitz untuk optimalisasi portofolio dengan risiko expected shortfall (ES) pada saham syariah dilengkapi GUI matlab. *Jurnal Gaussian*, 10(3), 445–454.
- Paramitasari, R. (2014). Pengaruh risiko sistematis dan risiko tidak sistematis terhadap expected return saham dalam rangka pembentukan portofolio saham LQ-45 yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia dengan single index model periode tahun 2009. *Jurnal Organisasi Dan Manajemen*, 10(1), 78–83. <https://doi.org/10.33830/jom.v10i1.167.2014>
- Pardosi, B., & Wijayanto, A. (2015). Analisis Perbedaan Return dan Risiko Saham Portofolio Optimal Dengan Bukan Portofolio Optimal. *Management Analysis Journal*, 4(1), 1–9.
- Rahmadi, M. D., Yahya, L., & Nuha, A. R. (2024). Business Index 27 Stock Portfolio Optimization Using the Black Litterman Model Accompanied by Value At Risk Calculation. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, 21(1), 136–146. <https://doi.org/10.20956/j.v21i1.36306>
- Semmler, W., Lessmann, K., Tahri, I., & Braga, J. P. (2024). Green transition, investment horizon, and dynamic portfolio decisions. *Annals of Operations Research*, 334(1–3), 265–286. <https://doi.org/10.1007/s10479-022-05018-2>
- Smith, R., & Wachtmeister, W. (2019). Green portofolio: optimization under environmental constraints [Thesis]. Lund University School of Economics and Management.